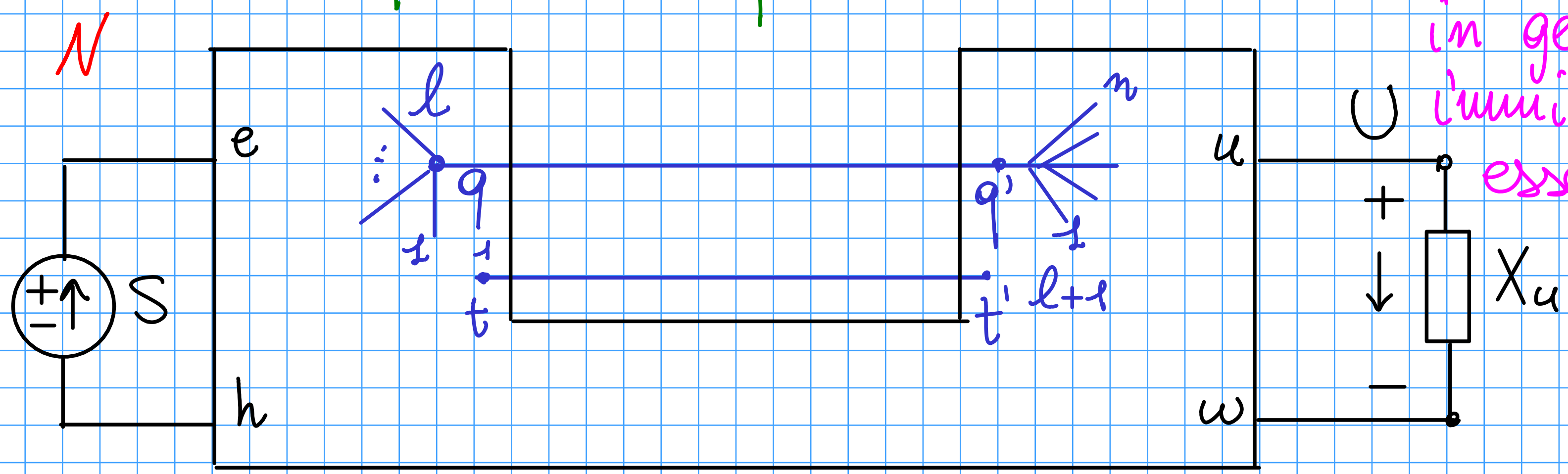
Teorema di scomposizione

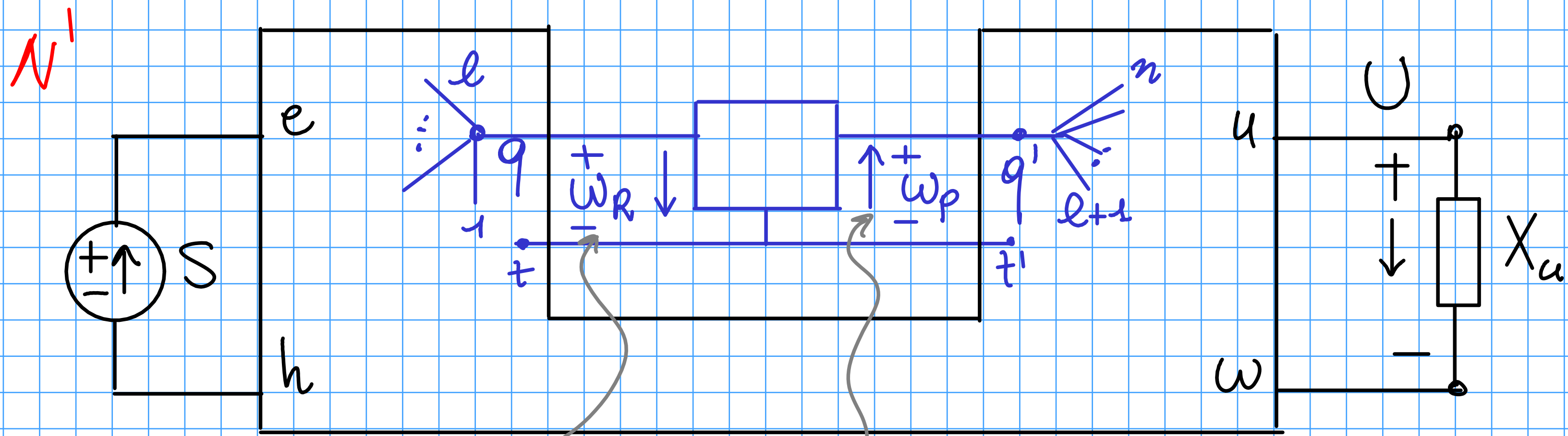
17 DIC

→ interrompo reazione per facilitare calcoli

in generale, uso immittenze (poi potranno essere impedenze o ammettenze)



applico teorema, genero rete equivalente:



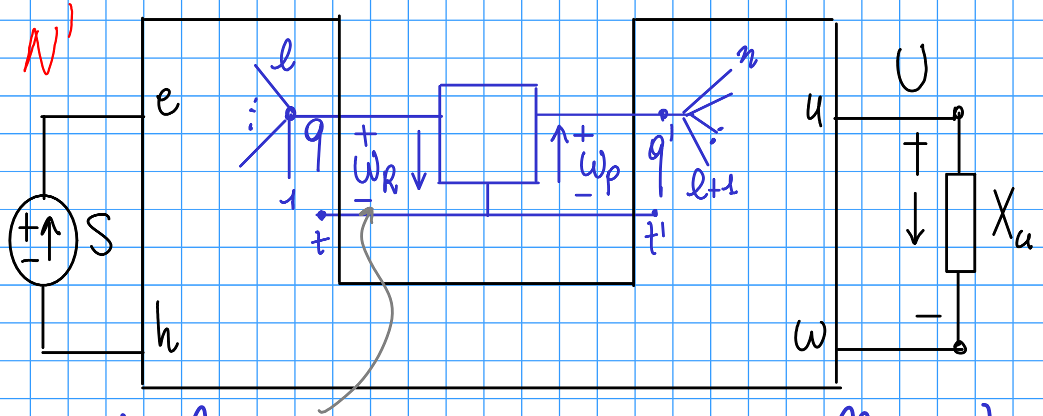
ω sono grandezze generiche (tensioni o correnti) equivalenza sussiste se e solo se

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_R &= \omega_p \\ \overline{\omega}_R &= \overline{\omega}_p \end{aligned}}$$

sia come correnti che come tensioni
(con $\overline{\ \ }$ si indica grandezza duale corrente/tensione)

scelgo ω_R e ω_p in modo che siano tensioni o correnti entrambe

verifico necessità della condizione $\omega_R = \omega_p$



pedice j nodi a q (da $1 < j < l$)

pedice g nodi a q' (da $l+1 < g < n$)

equivalenza se: rami non alterati devono essere nelle condiz. originali

$$\begin{cases} V_j - Z_j I_j = V_q \\ V_g - Z_g I_g = V_{q'} \end{cases}$$ nella rete originale

$$\begin{cases} V_j - Z_j I_j = V_R \\ V_g - Z_g I_g = V_p \end{cases}$$ nella rete modificata

in tensione

tutte le grandezze sono invariate quindi le reti sono equivalenti

$$\sum_{j=1}^{\ell} I_j + \sum_{g=\ell+1}^{n} I_g = \emptyset \quad \text{rete originale } q \equiv q'$$

in corrente
per verso scelto delle correnti il risultato è invariato

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{\ell} I_j - I_R = \emptyset & \text{nodo } q \\ \sum_{g=\ell+1}^{n} I_g + I_P = \emptyset & \text{nodo } q' \end{cases}$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{\ell} I_j + \sum_{g=\ell+1}^{n} I_g}_{\text{invariato, quindi nullo}} = I_R - I_P \longrightarrow \underline{I_R = I_P}$$

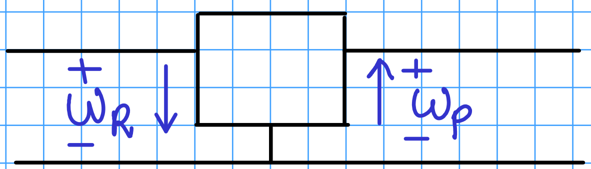
condizioni trovate sono anche <u>sufficienti</u>? verifico

eq. nodali in rete N (con $q \equiv q'$) sono uguali alle equazioni nodali nella rete N' (modificata)

→ correnti I_R e I_P si annullano nella somma, le tensioni V_R e V_P sono invece coincidenti

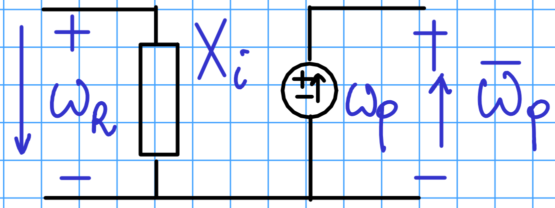
stesse equazioni nodali ⟶ equivalenza rete
(rete comunque lineare → 1 sola soluzione)

Cosa c'è nel tripolo?

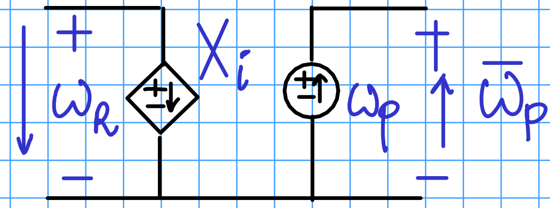


parametri della scomposizione tripolo

versione classica



versione alternativa



$$A = \left.\frac{U}{\omega_p}\right|_{S=\emptyset}, \quad \beta = \left.\frac{\omega_R}{U}\right|_{S=\emptyset}$$

$$X_p = \left.\frac{\omega_p}{\overline{\omega}_p}\right|_{S=\emptyset}, \quad \gamma = \left.\frac{U}{S}\right|_{\omega_p=\emptyset}, \quad \alpha = \left.\frac{\omega_R}{S}\right|_{\omega_p=\emptyset}, \quad \rho = \left.\frac{\overline{\omega}_p}{S}\right|_{\omega_p=0}$$

$$A(f) = \frac{U}{S} = \frac{\alpha A}{1-\beta A} + \gamma$$

qual è il legame tra X_p e X_i ?

applico la sovrapposizione degli effetti

nota βA è funzione di trasferimento, mentre β può non esserlo

↳ se catene non sono separate

$$\omega_R = \underbrace{\alpha S\Big|_{\omega_p=\emptyset}}_{\text{def. di } \alpha} + \underbrace{\beta A \omega_p\Big|_{S=\emptyset}}_{\text{def. di } A \text{ e } \beta}$$

$$\overline{\omega}_p = \rho S\Big|_{\omega_p=\emptyset} + \frac{\omega_p}{X_i}\Big|_{S=\emptyset}$$

impongo uguaglianza $\omega_p = \omega_R$ (necessaria e sufficiente per teorema)

$$\omega_p = \frac{\alpha S}{1-\beta A} = \omega_R$$

ricavo $S = \frac{1-\beta A}{\alpha}\omega_p$

$$\overline{\omega}_p = \rho\frac{(1-\beta A)}{\alpha}\omega_p + \frac{\omega_p}{X_i}$$

con $\overline{\omega}_p = \frac{\omega_p}{X_p}$ dalla def di X_i

$$\frac{\cancel{\omega_p}}{X_p} = \rho\frac{(1-\beta A)}{\alpha}\cancel{\omega_p} + \frac{\cancel{\omega_p}}{X_i}$$

$$\boxed{\frac{1}{X_p} = \rho\frac{(1-\beta A)}{\alpha} + \frac{1}{X_i}}$$

con $\rho = \emptyset$, $X_i = X_p$ ok!

esaminiamo ρ

$$\frac{1}{X_p} = \underbrace{\rho\frac{(1-\beta A)}{\alpha}} + \frac{1}{X_i}$$

se $\rho = \phi$ ok, $X_i = X_p$

se $\rho \neq \phi$ X_p dipende da βA, che a sua volta è funzione di X_p ⚠

se $\rho \neq \phi$ sono dolori, solo in alcuni casi è possibile calcolo

casi "fortunati" con $\rho \neq \phi$:

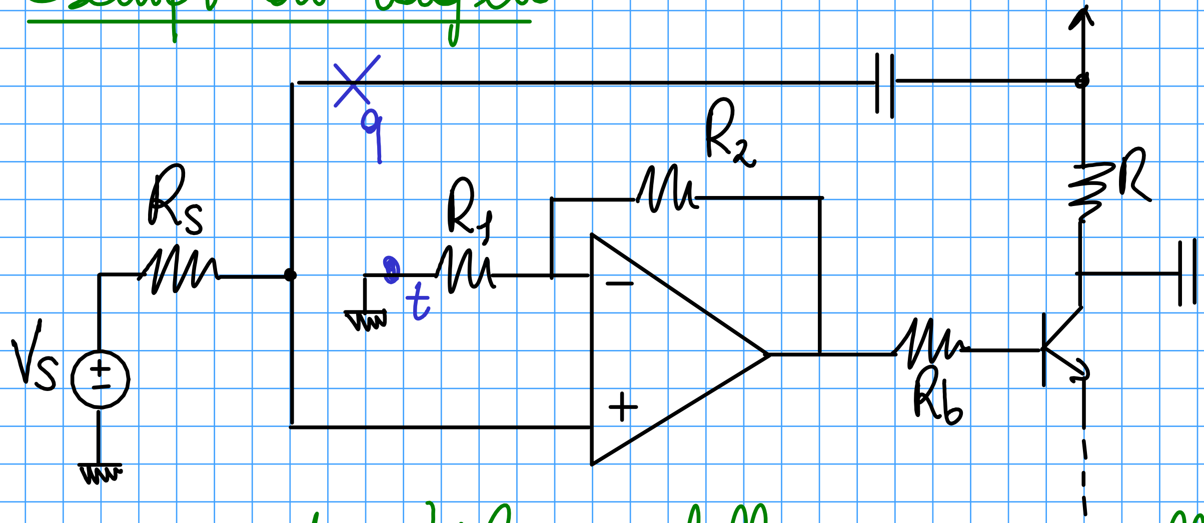
$\begin{cases} \text{con } \omega_R \text{ e } \omega_p \text{ tensioni} \\ \text{generatore impedenza nulla pilota } Z_p \end{cases}$ $\longrightarrow$ tensione su Z_p non dipende da Z_p

$\begin{cases} \text{con } \omega_R \text{ e } \omega_p \text{ correnti} \\ \text{generatore impedenza infinita pilota } Z_p \end{cases}$ $\longrightarrow$ corrente su Y_p non dipende da Y_p

in ogni caso si cerca sempre $\rho = \phi$ per la scelta del taglio $\longrightarrow$ $\dfrac{1}{X_i} = \dfrac{1}{X_p}$

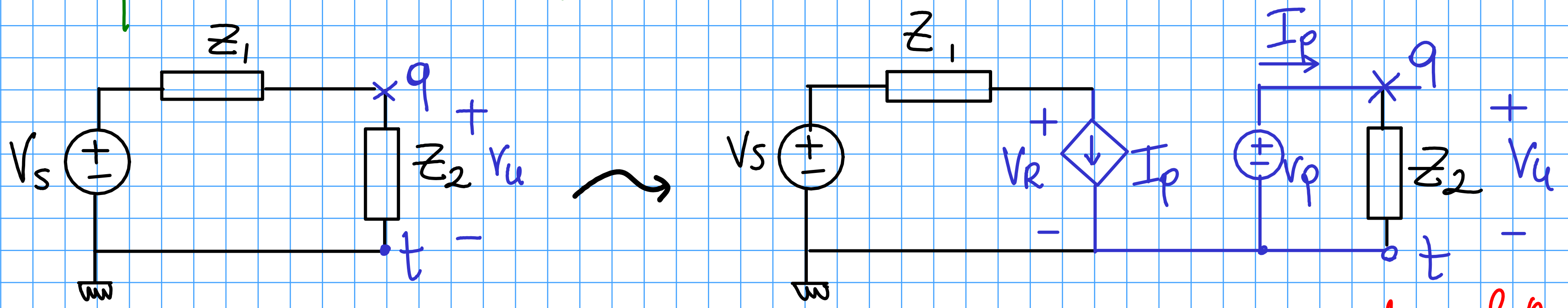
acvin.it

esempi di taglio



taglio la reazione esterna (l'altra può essere studiata con un altro taglio o con il ccv)

esempio di utilizzo della versione alternativa



$$\alpha = \left.\frac{V_R}{V_S}\right|_{V_p=0} = 1 \,, \quad A = \left.\frac{V_u}{V_p}\right|_{V_S=0} = 1 \,, \quad \gamma = \left.\frac{V_u}{V_S}\right|_{V_p=0} = 0$$

nota $\beta A = -\frac{Z_1}{Z_2}$ è presente reazione!

$$\beta = \left.\frac{V_R}{V_p}\right|_{V_S=0} = \cancel{V_S} - I_p Z_1 = -\frac{Z_1}{Z_2} \longrightarrow A(f) = \frac{\alpha A}{1-\beta A} + \cancel{\gamma} = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}$$

Effetto della reazione sulla variazione dei parametri circuitali

$$S_{W}^{A_f} \triangleq \frac{W}{A_f}\frac{\partial A_f}{\partial W}$$ variazione di A_f al variare del parametro W

Hp solo A dipende da W

$$S_{W}^{A_f} = \frac{W}{A_f}\frac{\partial}{\partial W}\left(\frac{\alpha A}{1-\beta A}\right) = \frac{W}{A_f}\,\frac{\alpha(1-\beta A)\frac{\partial}{\partial W}A - \alpha A\left(-\beta\frac{\partial A}{\partial W}\right)}{(1-\beta A)^2}$$

$$= \cancel{\alpha}\,\frac{W}{\frac{\cancel{\alpha} A}{\cancel{1-\beta A}}}\,\frac{\partial}{\partial W}A\,\frac{1-\cancel{\beta A}+\cancel{\beta A}}{(1-\beta A)^{\cancel{2}}} = \underbrace{\frac{W}{A}\frac{\partial}{\partial W}A}_{S_W^A}\cdot\frac{1}{1-\beta A}$$

$$\boxed{S_{W}^{A_f} = \frac{S_W^A}{1-\beta A}}$$

riduco sensibilità di A_f da W attraverso retroazione

spesso capita che guadagno vari pesantemente tra i lotti dei dispositivi (come β nei BJT)

retroazione tende a uniformare differenze

Variazione impedenze di ingresso e di uscita con scomposizione

se ho V_s in serie a Z_p $\longrightarrow$ inserzione serie

I_s in // a Y_p $\longrightarrow$ inserzione parallelo

se I_g in // a Y_p $\longrightarrow$ prelievo di tensione

se V_g in serie a Z_p $\longrightarrow$ prelievo corrente

Z_p in serie a V_s

$$Z_r = (Z_p + Z_b)(1 - \beta A)$$

vista da V_s in serie a Z_p con V_s spento in ingresso

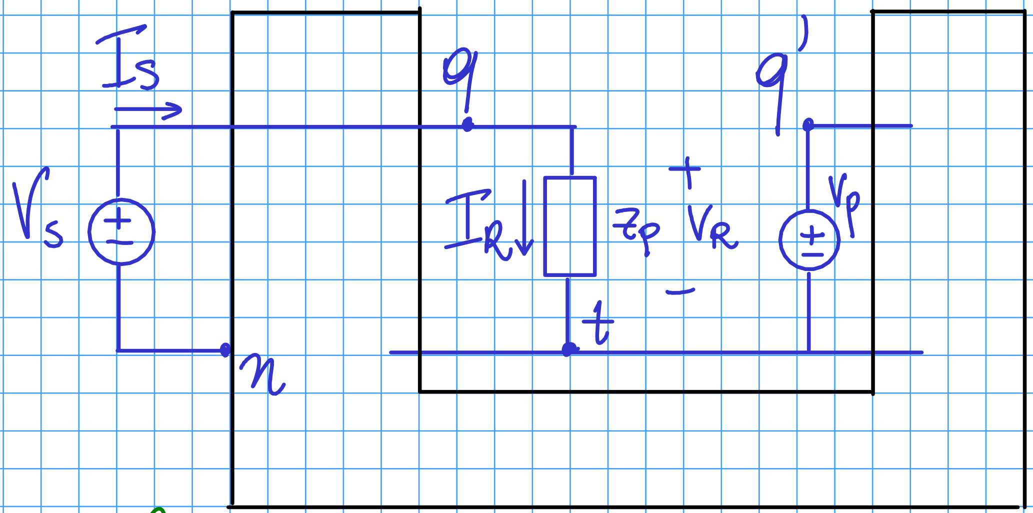
Y_p parallelo a I_s

$$Y_r = (Y_p + Y_b)(1 - \beta' A')$$

vista da I_s in parallelo a Y_p con I_p spento

calcolato in corrente

dimostrazioni Z_r e Y_r Hp Z_p in serie a V_s in ingresso



$$Z_{IN} = \frac{V_s}{I_R} \quad , \quad V_R = I_R Z_p$$

$$V_s = I_R (Z_p + Z_b)\Big|_{V_p = \phi}$$

Z_b: imp. in serie a Z_p con V_s spento

dalla definizione

$$V_R = V_p \beta A \Big|_{V_s = 0} + V_s \alpha \Big|_{V_p = \phi}$$

applico condizione necessaria e sufficiente per la validità

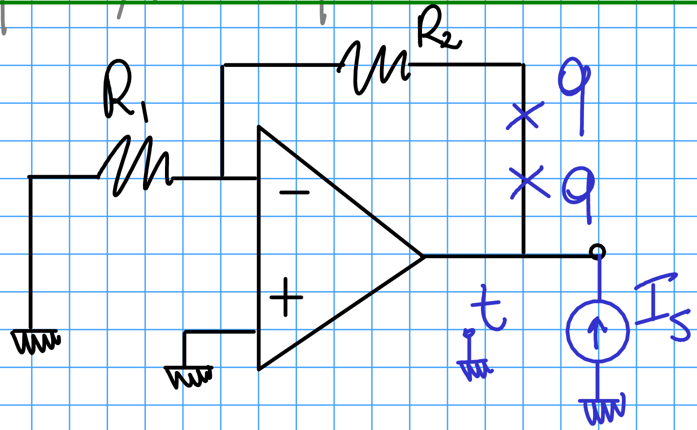
$$V_p = V_R \longrightarrow V_R = \frac{\alpha V_s}{1 - \beta A} \longrightarrow Z_{IN} = \frac{V_s}{V_R} Z_p = \frac{\cancel{V_s}}{\alpha \cancel{V_s}}(1 - \beta A) Z_p$$

$$\text{con } \alpha = \frac{V_R}{V_s}\Big|_{V_p = \phi} = \frac{\cancel{I_R} Z_p}{\cancel{I_R}(Z_p + Z_b)}$$

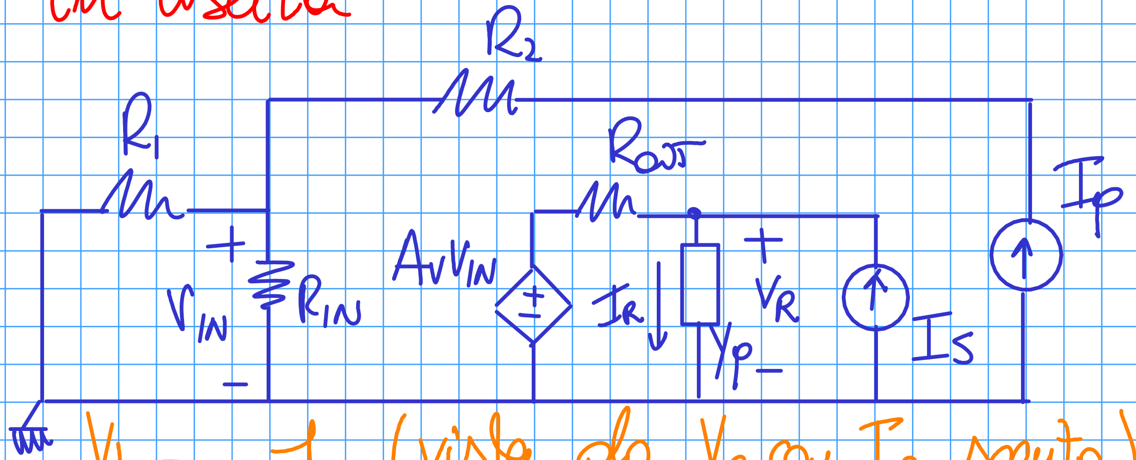
$$Z_{IN} = \frac{Z_p + Z_b}{\cancel{Z_p}} (1 - \beta A) \cancel{Z_p}$$

$$\boxed{Z_{IN} = (Z_p + Z_b)(1 - \beta A)}$$

Hp Y_p in parallelo a i_s



in uscita



$Y_b = \frac{1}{R_{OUT}}$ (vista da Y_p con I_S spento)

$$Y_{OUT} = \frac{I_S}{V_S} = \frac{I_S}{V_R}$$

come caso precedente $\rightarrow$ $I_p = \frac{\alpha I_S}{1-\beta A}$ con $\beta A = \frac{I_R}{I_p}$

$$V_R = \frac{I_R}{Y_p}$$

$I_R = I_p$

$$\alpha = \left.\frac{I_R}{I_G}\right|_{i_p=\phi} = \frac{Y_p}{Y_b + Y_p}$$

$$Y_{OUT} = \frac{I_S}{I_R} Y_p = \frac{\cancel{I_S}}{\alpha \cancel{I_S}} Y_p (1-\beta A) = (Y_p + Y_b)(1-\beta A)$$

$$\boxed{Y_{OUT} = (Y_p + Y_b)(1 - \beta A)}$$

osservazione su segno reazione

negativa con $|1-\beta A| > 1$

positiva con $|1-\beta A| < 1$

guadagno A_f ridotto rispetto a open loop ma aumento banda amplificatore

in quali casi si utilizza reazione positiva?

→ ricevitori radio vecchi (ed economici) per aumento guadagno

→ superreazione, per aumentare range trasmissione radio

→ oscillatori

Verifica del corto circuito virtuale

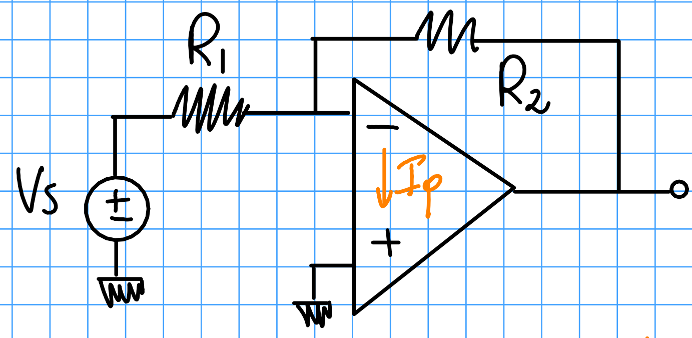
$$\begin{cases} V_{IN} \to \phi \\ I_{IN} \to \phi \end{cases}$$

amplificatore con ccv, applico scomposizione

$$V_R = \frac{\alpha V_S}{1-\beta A} \leftarrow$$ V_R ridotta da $1-\beta A$ (con reazione negativa)

$\alpha < 1$ per rete passiva

$\rightarrow$ voglio che $V_{IN} \ll V_K$, con V_K si intende una qualsiasi tensione nel circuito



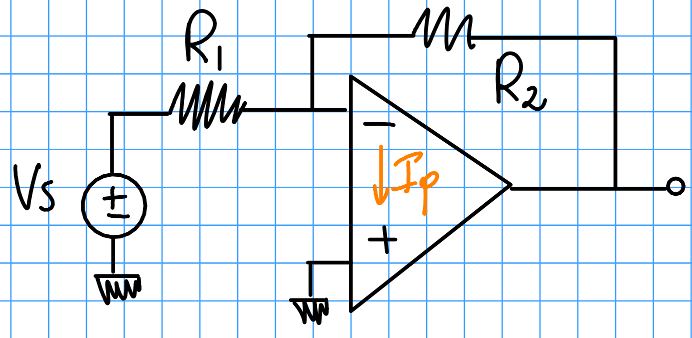
ipotesi

- $|V_K| \geq |V_S|$
- $|1-\beta A| \gg |\alpha|$
- $V_{IN} \ll V_K$, $R_{IN} \to 0$ $\longrightarrow$ $|I_p| \ll |I_K|$ con $|I_p| = \frac{|V_R|}{\boxed{|Z_{IN}|}}$ $\sim$ $|Z_K| \ll |Z_{IN}|$

$$|I_K| = \frac{|V_K - V_R|}{|Z_K|} \approx \frac{|V_K|}{|Z_K|}$$

quindi siccome $|Z_K| \ll |Z_{IN}|$
e $|V_K| \gg V_R \Longrightarrow |I_K| \gg |I_p|$

ipotesi utilizzate sono collegate tra loro "ccv valido fino a che $|1-\beta A| \gg 1$" verifico :



$$V_R = \frac{\alpha V_S}{1-\beta A}$$

V_R attenuato da retroaz. negativa

ciò implica che $V_R \ll V_S$ (tanto più che $\alpha < 1$)

dalle ipotesi elencate sopra si era trovato:

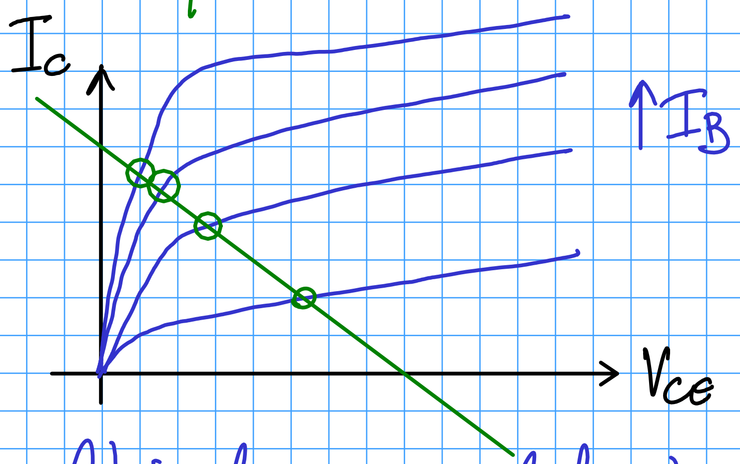
$$|V_S| \ll |V_K| \longrightarrow |V_R| \ll |V_S| \ll |V_K| \longrightarrow \underset{\text{coincide con } V_P}{|V_R|} \ll |V_K|$$

la tensione in ingresso è quindi molto minore di una qualsiasi tensione all'interno del circuito $\longrightarrow V_{IN} \approx \emptyset$

Effetto della reazione sulla distorsione

21DIC

se per esempio si ha uno stadio di uscita a bipolari, l'andamento dell'amplificazione non è lineare con I_B e V_{CE}



non tutte le componenti in ingresso sono amplificate ugualmente

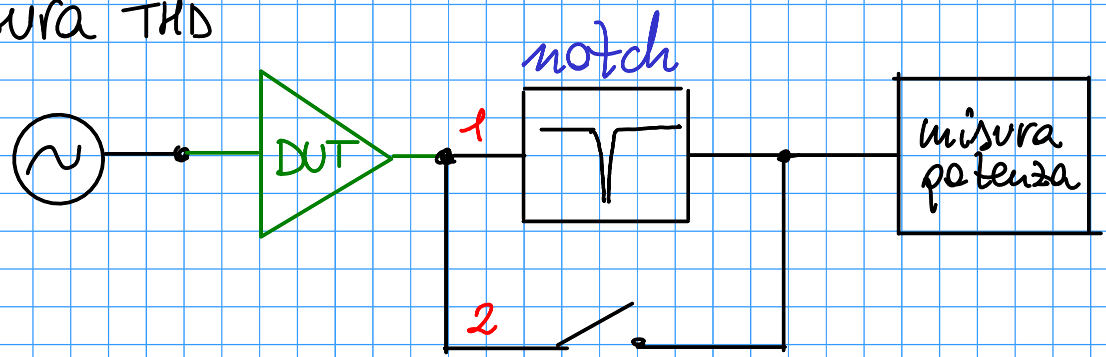
vengono introdotte componenti armoniche
distorsioni non lineari

la qualità di un amplificatore si misura con un parametro, il THD "total harmonic distortion" che quantifica la potenza sulle armoniche spurie rispetto alla fondamentale

$$\boxed{THD = \frac{\sum_{i=2}^{\infty} P_i}{P_1} = \frac{\sum_{i=2}^{\infty} V_i}{V_1^2}}$$

sommatoria fattibile perché le varie armoniche sono tra loro ortogonali (disaccoppiate in potenza)

misura THD

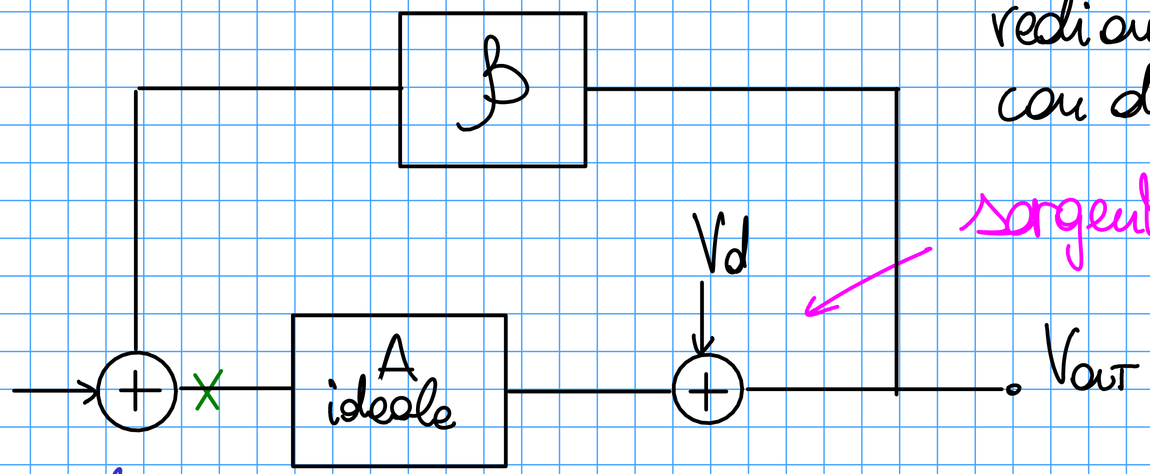


1) misuro potenza su uscita esclusa fondamentale

2) misuro potenza completa

$$THD = \frac{P_{TOT} - P_1}{P_1}$$ $\leftarrow \sim P_{TOT}$

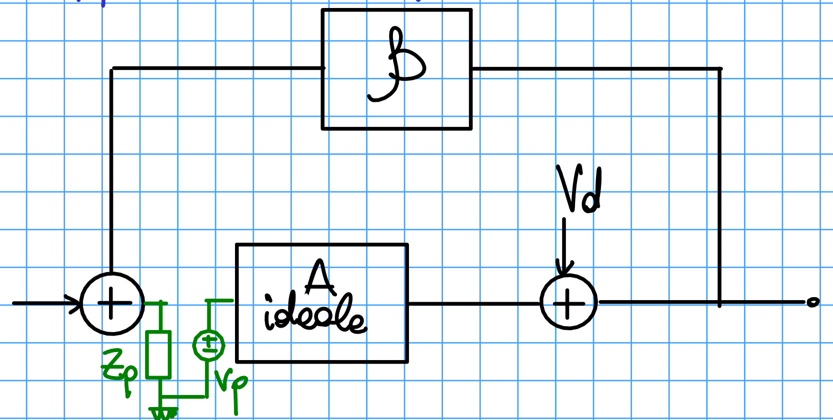
vediamo effetto reazione su sistema con distorsione



sorgente di distorsione

reazione riduce ampiezza disturbo ma anche segnale (riduce guadagno)

applico scomposizione, con $V_s = V_d$



nell'ipotesi che Z_p non carichi la rete β

$$\alpha = \frac{V_R}{V_d}\bigg|_{V_p=0} = \beta \quad \text{perché } V_u = V_d \Big|_{V_p=0}$$

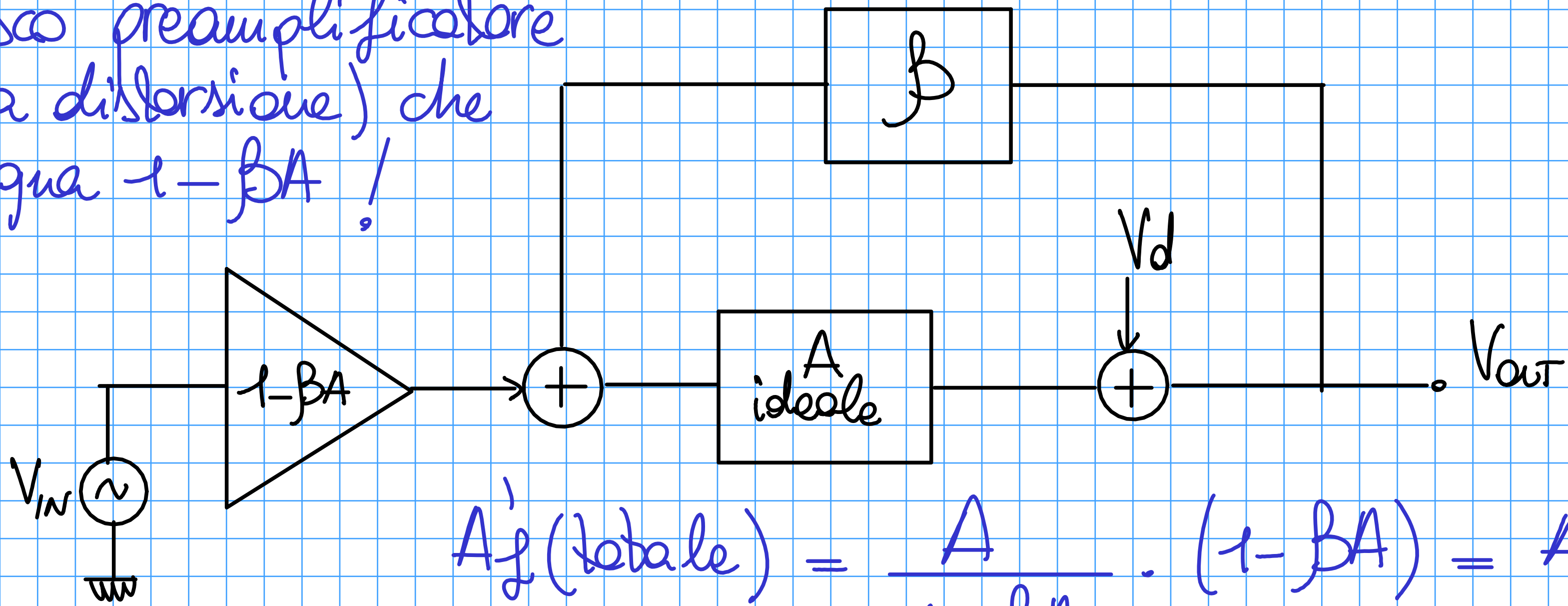
$$\gamma = 1 \longrightarrow \alpha = \gamma\beta$$

$$A_{V_d} = \frac{\alpha A}{1-\beta A} + \gamma = \frac{\gamma}{1-\beta A} \longrightarrow \boxed{A_{V_d} = \frac{1}{1-\beta A}}$$

riduco apporto di V_d di un fattore βA ma allo stesso modo riduco guadagno!

come miglioro guadagno (ridotto di $1-\beta A$) ? preamplificatore

inserisco preamplificatore (a bassa distorsione) che guadagna $1-\beta A$!



$$A_f'(\text{totale}) = \frac{A}{1-\beta A} \cdot (1-\beta A) = A$$

preamplificazione consente di:

- ridurre distorsioni stadio finale
- annullare perdita di guadagno dovuta a reazione

nota

in audio THD max $\cong$ 0,1 %