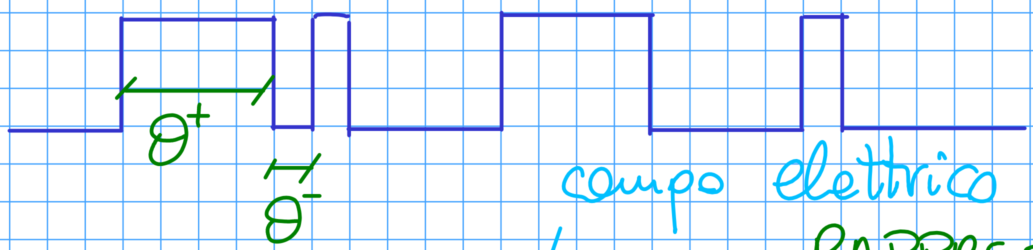
RUMORE GENERAZIONE - RICOMBINAZIONE

19-21 GEN

→ SEGNALE TELEGRAFICO



θ^+, θ^- VARIABILI ALEATORIE

$\tau^+ = E\{\theta^+\}$

$\tau^- = E\{\theta^-\}$

campo elettrico

$$i(t) = \sum_{i=1}^{N} q\, \underline{v}_i(t)\, \underline{\mathcal{E}}(r_i)$$

RAPPRESENTA MOTO ELETTRONE TRA LE TRAPPOLE → FUNZIONE STOCASTICA

DA TEOREMA RAMO SCHOKLEY

$$i(t) = \frac{q}{L} \sum_{i=1}^{N} \underline{v}_i(t)$$

serve per calcolare la DSP!

CALCOLO LA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE DI i

$$E\{\Delta i(t)\,\Delta i(t+\tau)\} = \frac{q^2}{L^2} E\left\{\sum_{i=1}^{N} \Delta v_i(t) \sum_{j=1}^{N} \Delta v_j(t+\tau)\right\} =$$

$$= \frac{q^2}{L^2} E\left\{\sum_{i,j=1}^{N} \Delta v_i(t)\,\Delta v_j(t+\tau)\right\} =$$

DALLA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE DI i, SI OTTIENE:

$$E\left\{\Delta i(t)\,\Delta i(t+\tau)\right\} = \frac{q^2}{L^2}\sum_{i=1}^{N} \underbrace{E\left\{\Delta v_i(t)\,\Delta v_i(t+\tau)\right\}}_{\text{AUTOCORRELAZIONE DELLE VELOCITÀ}}$$

PROBLEMA SI SPOSTA SULLE VELOCITÀ DELLE SINGOLE PARTICELLE

ESPRIMO VELOCITÀ COME:

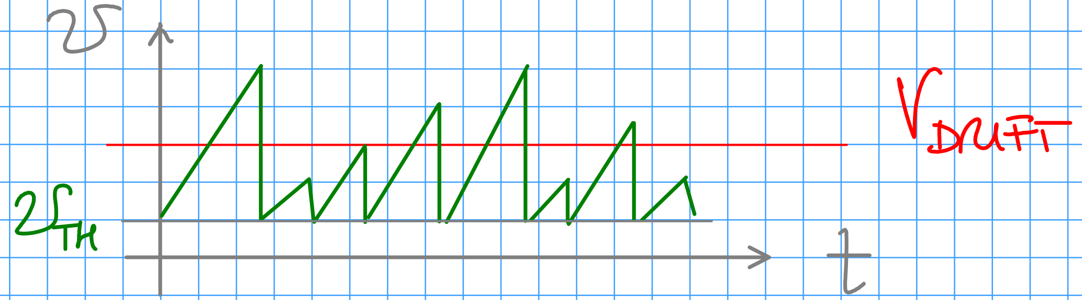
$$v(t) = \underbrace{v'(t)}_{\text{VELOCITÀ PARTICELLA SENZA TRAPPOLE}}\;\underbrace{u(t)}_{\text{FUNZIONE TELEGRAFICA STOCASTICA}}$$

NOTA VERRANNO IGNORATI ALTRI EFFETTI STOCASTICI COME AGITAZIONE TERMICA E SCATTERING

$$v(t) = v'(t)\,u(t) \simeq \mu_n \mathcal{E}\, u(t)$$

MOTO PARTICELLE DOVUTO SOLO A DRIFT

$$E\left\{\Delta i(t)\,\Delta i(t+\tau)\right\} = \frac{q^2}{L^2}(\mu_n \mathcal{E})^2 \sum_{i=1}^{N} \underbrace{E\left\{\Delta u_i(t)\,\Delta u_i(t+\tau)\right\}}_{\text{autocorrelazione di } u(t)}$$



PROBLEMA SI SPOSTA NUOVAMENTE: DALLA CORRENTE ALLA VELOCITÀ, ORA ALLA FUNZIONE TELEGRAFICA $\longrightarrow$ CALCOLO AUTOCORRELAZIONE

$$E\{u(t)\,u(t+\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} u(t)\,u(t+\tau)\,\underbrace{f(u(t),u(t+\tau))\,du(t)\,du(t+\tau)}_{\text{PROBABILITÀ CHE } u(t) \text{ APPARTENGA A } du(t)}$$

SICCOME $u(t)$ ASSUME SOLO 2 VALORI (ALTO O BASSO) $\rightarrow$ SEMPLIFICO

$$= \sum_{i,j=0}^{1} i\,j\;P(i,j) = P(1,1)$$

$\leftarrow$ UNICO TERMINE SOPRAVVISSUTO

VALORI AMMESSI: 0, 1

AD ESEMPIO $P(1,0)$ RAPPRESENTA PROBABILITÀ CHE PARTICELLA NON SIA CATTURATA ALL'ISTANTE $t+\tau$ SAPENDO CHE ERA CATTURATA IN t

PROBABILITÀ CONDIZIONATE:

NON CATTURATA A $t+\tau$

$$P_{10}(\tau) = P\{NC(t+\tau) \mid C(t)\}$$

CATTURATA A t

$$P_{01}(\tau) = P\{C(t+\tau) \mid NC(t)\}$$

$$P_{00}(\tau) = P\{C(t+\tau) \mid C(t)\}$$

$$P_{11}(\tau) = P\{NC(t+\tau) \mid NC(t)\}$$

$$P(1,1) = P_{11}(\tau)\,P_1(t) = \underline{P\{NC(t+\tau) \mid NC(t)\}} \cdot P\{NC(t)\}$$

ALL'ISTANTE $t+\tau$

QUANTO VALE?

LEGATA A δ

$$\delta = \frac{\tau^+}{\tau^+ + \tau^-}$$

CALCOLO $P\{n_c(t+\tau) \mid n_c(t)\}$

21 GEN

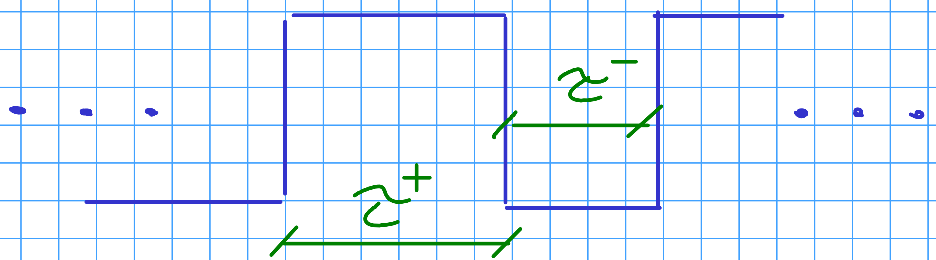
Hp MOTO ELETTRONI INDIPENDENTE

↳ STUDIO ANDAMENTO TEMPORALE DEL SINGOLO ELETTRONE, CONSIDERANDO LE VARIAZIONI INTRODOTTE DALLE TRAPPOLE

$$\begin{cases} P_{11}(\tau) + P_{01}(\tau) = 1 & \text{IN } t+\tau \\ \underline{P_{11}(\tau+d\tau)} = P_{01}(\tau)\dfrac{d\tau}{\tau^-} + P_{11}(\tau)\left(1 - \dfrac{d\tau}{\tau^+}\right) \end{cases}$$

PROBABILITÀ CHE $\bar{e}$ NON SIA CATTURATO A $t+(\tau+d\tau)$ SAPENDO CHE NON LO ERA A $t+\tau$

PROBABILITÀ CHE NON VENGA CATTURATO IN $d\tau$

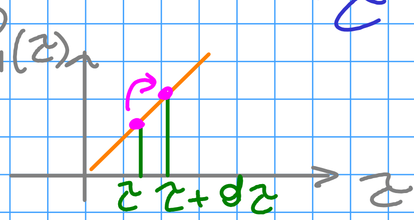


SVILUPPO CONTI :

$$P_{11}(\tau+d\tau) = \left[1 - P_{11}(\tau)\right]\frac{d\tau}{\tau^-} + P_{11}(\tau)\left[1 - \frac{d\tau}{\tau^+}\right] =$$

$$= \frac{d\tau}{\tau^-} - \frac{d\tau}{\tau^-}P_{11}(\tau) + P_{11}(\tau) - P_{11}(\tau)\frac{d\tau}{\tau^+}$$

$$P_{11}(\tau+d\tau) = P_{11}(\tau) + \frac{dP_{11}(\tau)}{d\tau}\cdot d\tau$$



QUINDI :

$$\cancel{P_{11}(\tau)} + \frac{dP_{11}(\tau)}{\cancel{d\tau}}\cancel{d\tau} = \frac{d\tau}{\tau^-} - \frac{d\tau}{\tau^-}P_{11}(\tau) + \cancel{P_{11}(\tau)} - P_{11}(\tau)\frac{d\tau}{\tau^+}$$

$$dP_{11}(\tau) = d\tau\left[\frac{1}{\tau^-} - \frac{P_{11}(\tau)}{\tau^-} - \frac{P_{11}(\tau)}{\tau^+}\right]$$

$$\frac{dP_{11}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{\tau^-} - \frac{P_{11}(\tau)}{\tau^*}$$

CON $\frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{\tau^-} + \frac{1}{\tau^+}$

"PARALLELO" DEI TEMPI

RISOLVO EQ. DIFFERENZIALE:

OMOGENEA → $$P_u(\tau) = A e^{-\tau/\tau^*} + C$$

$\uparrow$

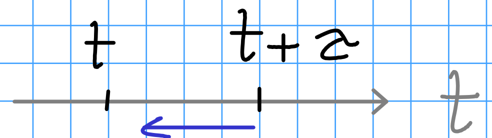
PARTICOLARE

$$P_u(\tau) = \frac{\tau^*}{\tau^-}$$

SI TROVA:

$$P_u(\tau) = A e^{-\tau/\tau^*} + \frac{\tau^*}{\tau^-}$$

CONDIZIONE AL CONTORNO:



CON $\tau \to 0$, I DUE ISTANTI SUCCESSIVI COINCIDONO

QUINDI ABBIAMO $P_u(0) = 1$ (LIBERO IN $t + \cancel{\tau}$, LIBERO IN t)

$$P_u(0) = A + \frac{\tau^-}{\tau^*} \longrightarrow A = 1 - \frac{\tau^-}{\tau^*} = \dots = \frac{\tau^-}{\tau^+ + \tau^-}$$

$$\frac{\tau^+\tau^-}{\tau^+ + \tau^-} = \tau^*$$

SOLUZIONE:

$$\boxed{P_{11}(\tau) = \frac{\tau^-}{\tau^+ + \tau^-} e^{-\tau/\tau^*} + \frac{\tau^+}{\tau^+ + \tau^-}}$$

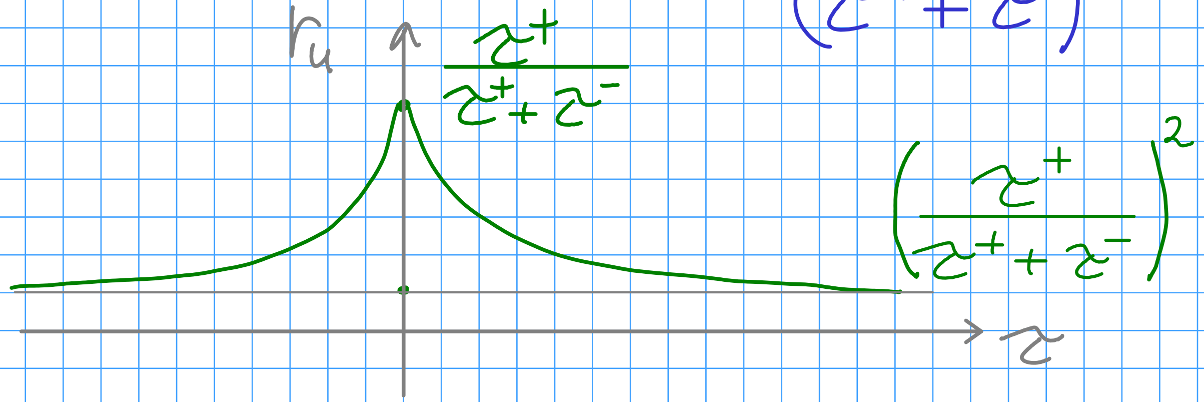
QUINDI, LA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE DI $u(t)$ SI CALCOLA, RICOMPONENDO CALCOLI:

$$E\{u(t)\,u(t+\tau)\} = \sum_{i,j=0}^{1} i\,j\;P(i,j) = P(1,1) =$$

$$= P\{nc(t+\tau) \mid nc(t)\} \cdot P\{nc(\tau)\} = P_{11}(\tau) \cdot \delta =$$

$$= \left[\frac{\tau^-}{\tau^+ + \tau^-} e^{-\tau/\tau^*} + \frac{\tau^+}{\tau^+ + \tau^-} \right] \cdot \frac{\tau^+}{\tau^+ + \tau^-}$$

$$E\{u(t)u(t+\tau)\} = \frac{\tau^+\tau^-}{(\tau^++\tau^-)^2} e^{-\tau/\tau^*} + \left(\frac{\tau^+}{\tau^++\tau^-}\right)^2$$



SEMPLIFICABILE ESCLUDENDO IL VALOR MEDIO:

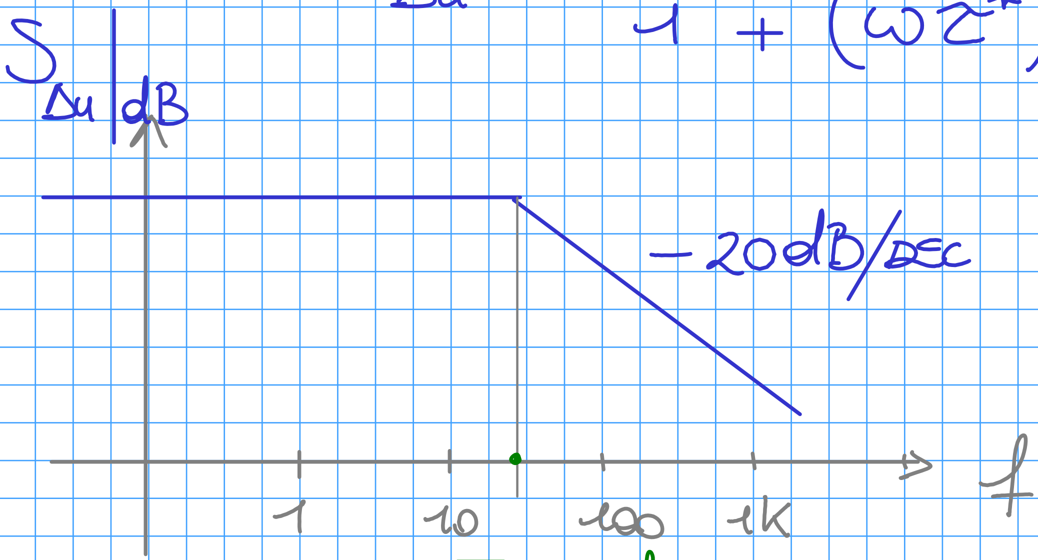
$$\boxed{E\{\Delta u(t)\Delta u(t+\tau)\} = r_{\Delta u}(\tau) = \frac{\tau^+\tau^-}{(\tau^++\tau^-)^2} e^{-\tau/\tau^*}}$$

SI ESCLUDE LA DIPENDENZA DAL VALOR MEDIO PERCHÉ SIAMO INTERESSATI SOLO AGLI SCOSTAMENTI DA TALE VALORE

CONOSCENDO $r_{\Delta u}(\tau)$ $\longrightarrow$ POSSO CALCOLARE DSP CON FOURIER!

$$r_{\Delta u}(\tau) = \frac{\tau^+ \tau^-}{(\tau^+ + \tau^-)^2} e^{-\tau/\tau^*} \qquad S_{\Delta u} = \frac{4\tau^*}{1 + (\omega\tau^*)^2}$$

$$S_{\Delta u} = \frac{4\tau^*}{1 + (\omega\tau^*)^2} \cdot \frac{\tau^+ \tau^-}{(\tau^+ + \tau^-)^2}$$



$$\bar{\omega} = \frac{1}{\tau^*}$$

$$\boxed{S_I = \frac{q^2}{L^2}(\mu_n E)^2 S_{\Delta u}}$$

RUMORE GR

CRESCE COME I^2

RIASSUMENDO:

IL SEGNALE TELEGRAFICO CASUALE RAPPRESENTA QUELLO CHE AVVIENE A LIVELLO DELLA GR, ATTRAVERSO 2 VAR. ALEATORIE:

- TEMPO IN CUI STÀ ALTO ϑ^+, $\tau^+ = E\{\vartheta^+\} \longrightarrow e^-$ IN "VOLO"
- TEMPO IN CUI STÀ BASSO ϑ^-, $\tau^- = E\{\vartheta^-\} \longrightarrow$ TRAPPOLA

SECONDO IL TEOREMA DI RAMO-SCHOKLEY (TRASCURO ALTRI EFFETTI) LA CORRENTE PUÒ ESSERE ESPRESSA COME

$$i(t) = \frac{q}{L} \sum_{i=1}^{N} \underline{v_i}(t)$$

LEGATA A $u(t)$

r_u

LEGATA A τ^+, τ^-

TROVO $P_{11}(\tau)$

ATTRAVERSO LA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE r_u CALCOLO LA DSP DEL PROCESSO $\Delta u(t) \rightsquigarrow$ TRASFORMATA DI FOURIER

$\longrightarrow$ CALCOLO RUMORE GR