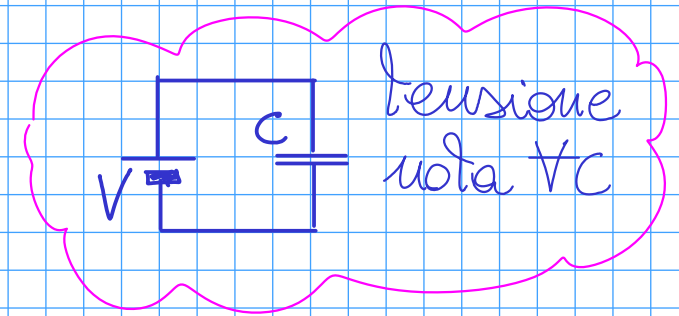


Sensori capacitivi — misura con Switched Capacitor 11 OTT

campionamento di una tensione su un condensatore

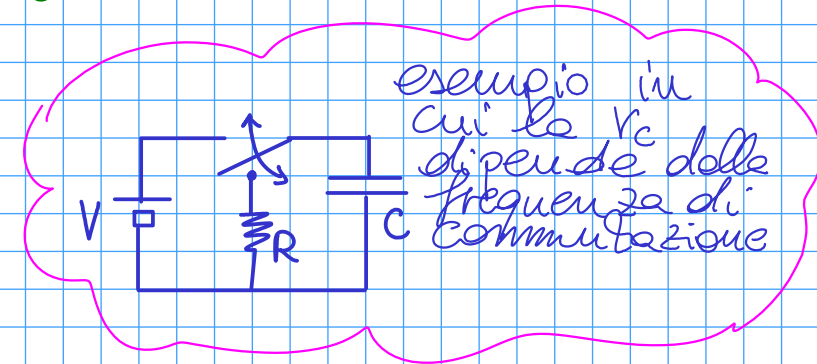
Condensatori in **due stati** di funzionamento

1 — tensioni note ai loro capi \rightarrow calcolo Q \rightarrow



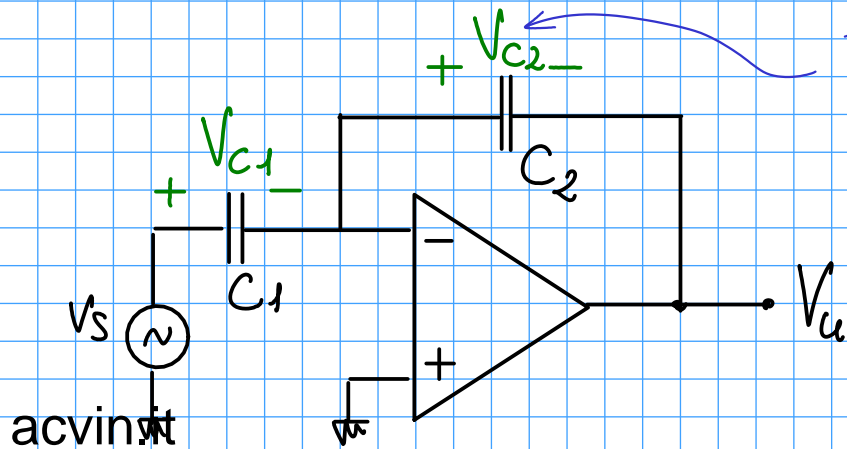
2 — tensioni dipendono dalla storia precedente, dalla carica risale al ΔV

vediamo applicazione al nostro caso:



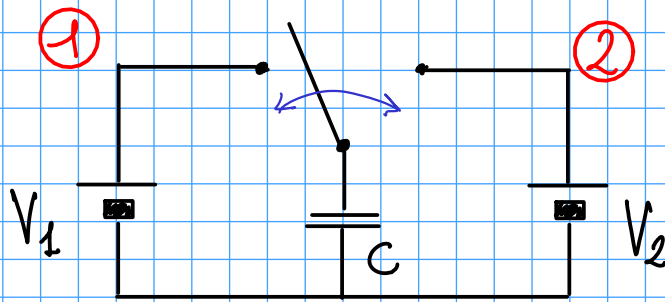
sul condensatore C_1 code tutta la V_s
(nell'Hp che $V_{in} \sim \phi$) **conosci** tensione $V_{C1} \rightarrow$ **caso 1)**

su C_2 invece non posso conoscere la V_{C2}
a priori, ma devo studiare l'evoluzione
a partire da una data $V_{C2}(0) \rightarrow$ **caso 2)**



$$V_{C2}(t) = V_{C2}(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_{C2} dt \quad \Delta Q$$

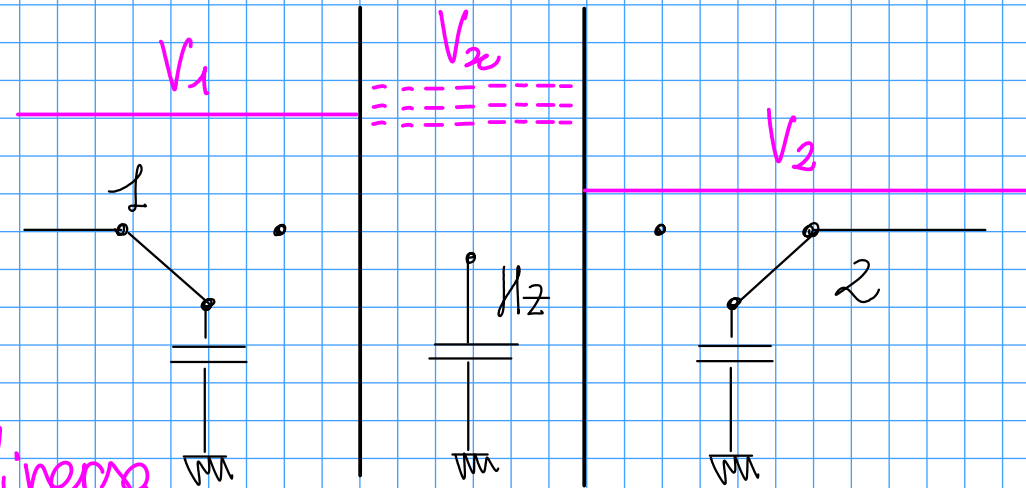
il circuito equivalente per un sistema switched capacitors e' il seguente



commutatore viene fatto oscillare da posizione ① a ② con il conseguente movimento di cariche sulla capacità per stabilizzare tensione al nuovo valore

interessante per così dire e' studiare l'andamento della tensione durante gli istanti di "volo" in cui si ha la conservazione della carica \rightarrow definisco stato di volo con Hz o fase intermedia

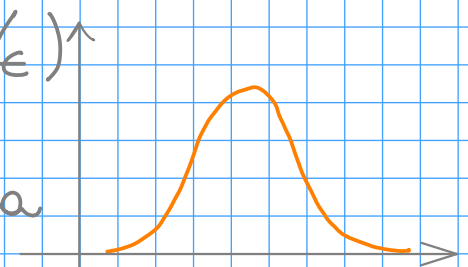
nello stato Hz ci aspettiamo di trovare una tensione pari a quella della fase alla quale C era a contatto



mentre sperimentalmente si misura una tensione diversa

$$V_{Hz} = V_1 + V_e$$

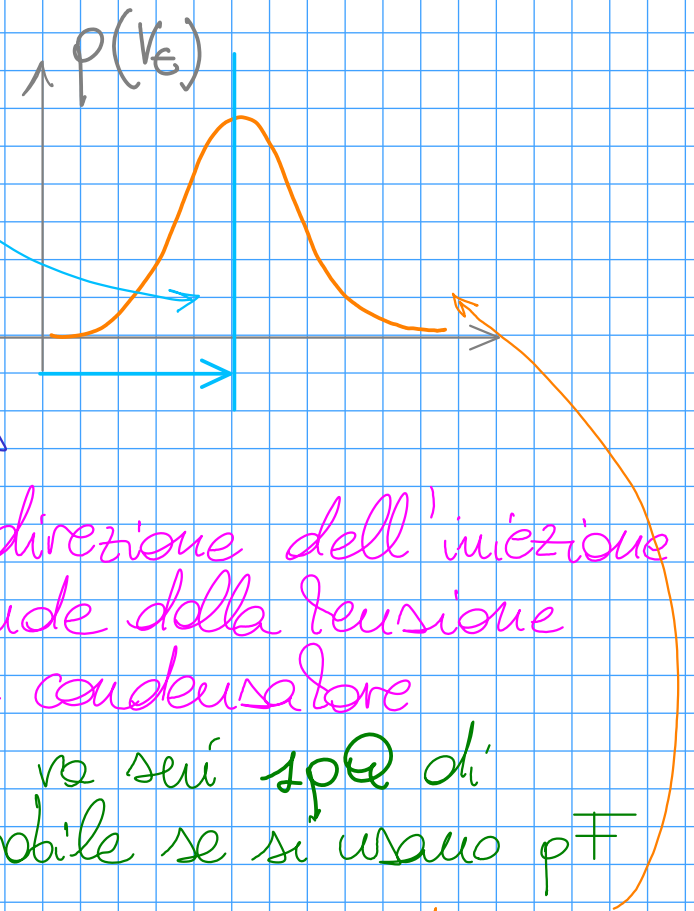
con V_e distribuita
come una gaussiana



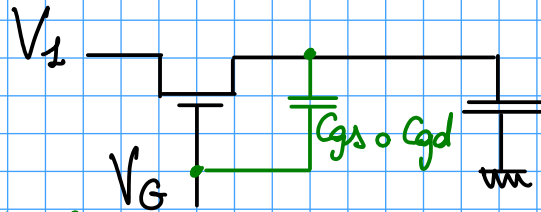
perché? Da dove ha origine?

Questo fenomeno ha due sorgenti distinte:

→ componente **sistematica** dovuta alla **non idealità dell'interruttore**
effetto di iniezione di carica da parte delle capacità parassite, ad esempio C_{gs}/C_{gd} del mos



$$Q_J = \Delta V_G \cdot C_p$$

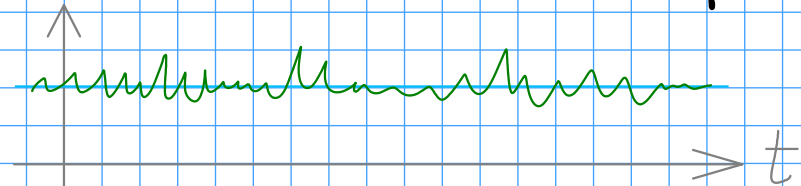


la direzione dell'iniezione dipende dalla tensione sul condensatore

problema non trascurabile e } per pass gate si va sui $1pQ$ di
difficilmente modellabile } iniezione, inidoneabile se si usano pF

→ componente casuale, che giustifica la forma a **campana di Gauss**
è invece legata alla presenza di **rumore termico sulla capacità**

dovuta al moto intrinseco delle cariche sul condensatore



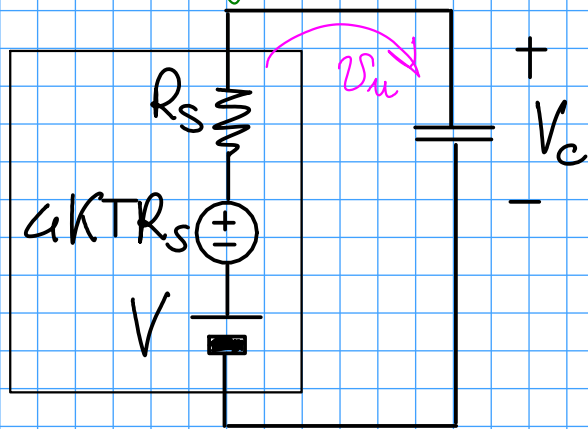
viene definito rumore termico campionato

$$\langle V_e^2 \rangle = \frac{KT}{C}$$

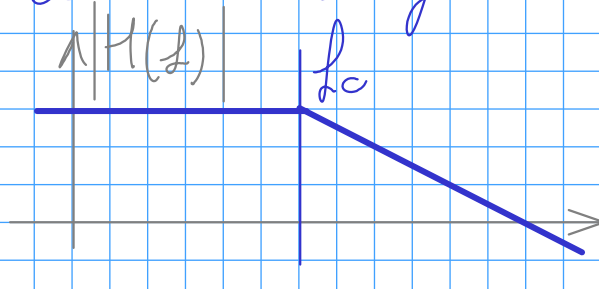
l'origine è dovuta alla sorgente, non è introdotto direttamente dalla capacità

attenzione a valori "piccoli" di C

Approfondimento su rumore KT/C
 stesso rumore che ho su condensatore lo ritroverei campionando
 la sorgente V introduce rumore termico dovuto a resistenza interna



sistema si comporta come un passa basso,
 resta solo la componente di rumore nelle
 bande del filtro

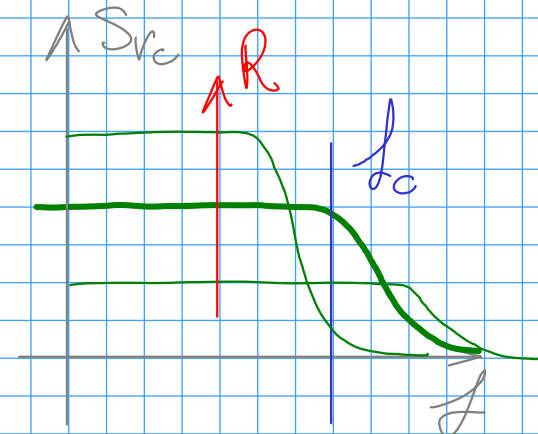


$$f_c = \frac{1}{2\pi R_s C}$$

$$S_{r_c} = |H(f)|^2 S_{v_n} = \left| \frac{1}{1 + j f/f_c} \right|^2 4KTR_s = \frac{4KTR_s}{1 + f^2/f_c^2}$$

Perché scompare dipendenza da R ?

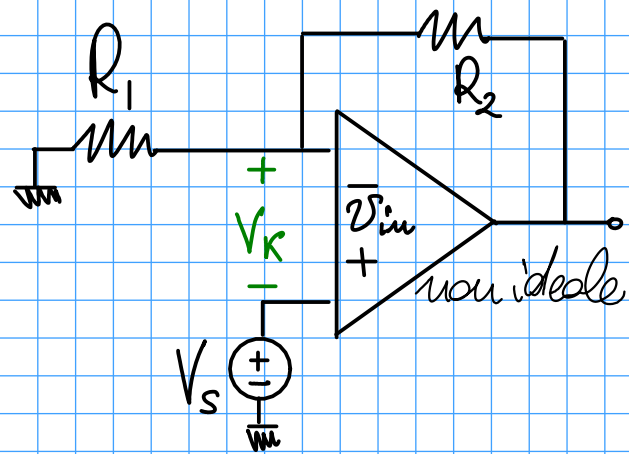
aumento R_s → riduzione della frequenza di polo f_c
 → aumento ampiezza S_{v_c}



siccome $\langle V_c^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S_{r_c} df$ effetti contrastanti di R_s non tengono area costante
 → rumore KT/C non contiene dipendenza da R_s ←

prima degli switched capacitor inseriamo una premessa 13011

Corto circuito virtuale generalizzato



$$v_u = A(v_{in} - v_n)$$

$$v^- = \beta v_u = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_u \rightarrow \underline{v_K = v_u \beta - v_s = -v_{in}}$$

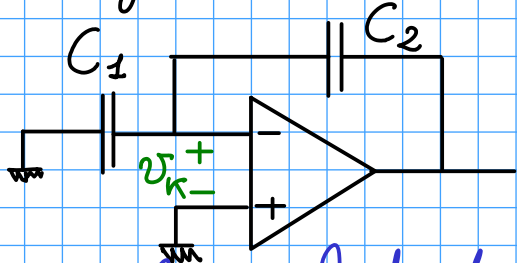
$$v_u = A(-v_K - v_n)$$

$$v_K = -A(v_K + v_n)\beta - v_s \text{ ricavo } v_K \rightarrow$$

$$v_K = -v_n \frac{\beta A}{1 + \beta A} - \frac{v_s}{1 + \beta A}$$

se amplificatore offre un $A \rightarrow \infty$
l'estensione del ccr ci riporta $v_K = -v_n$

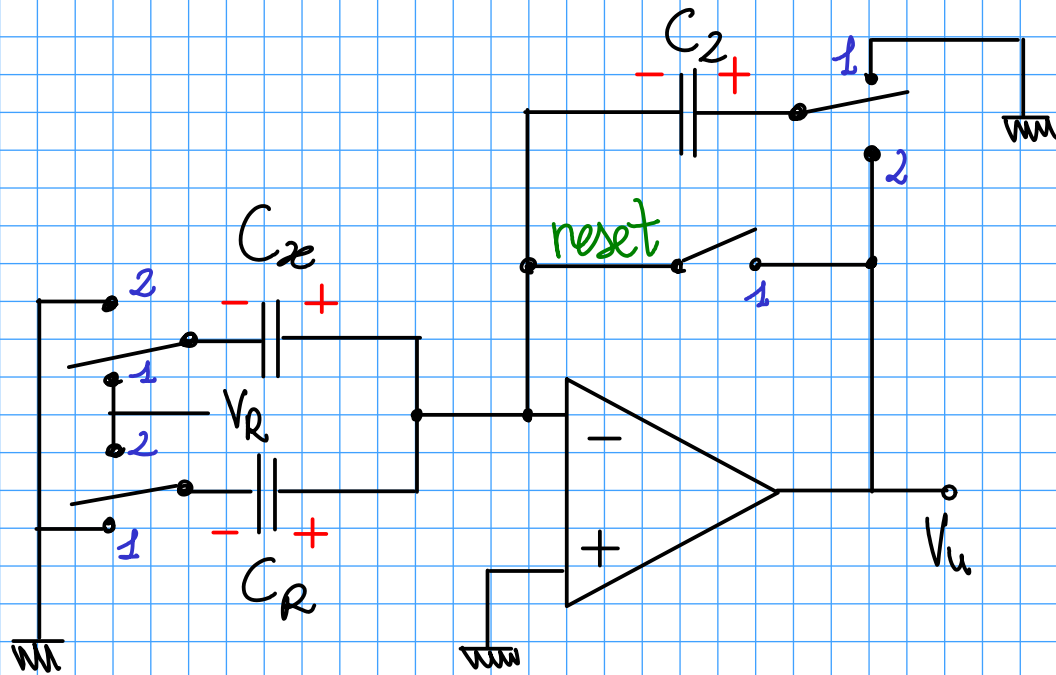
Negli switched capacitor... sovrapposto su correnti di perdita e iniezione



stesse considerazioni, queste volte però $\beta = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$
CCR vale solo dinamicamente e per
capacità inizialmente scariche!

negli switched cap. le continue scariche e cariche aiutano verifica ccr

Interfaccia Switched capacitor per sensori capacitivi



andremo a studiare fase 1 e 2
ed in aggiunta uno stato intermedio,
nella fase di volo del derivatore

metodo per la risoluzione

- un disegno per ogni fase
- circuito ordinato

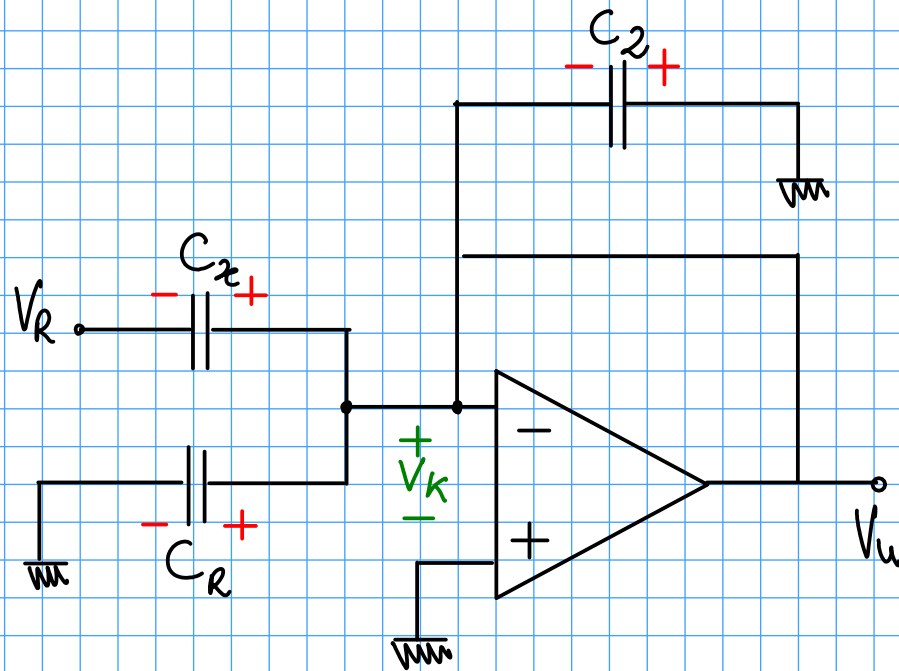
con apice tra parentesi' indichiamo la fase di riferimento
ad es. $V_{C_{\#}}^{(1)}$ ← tensione su $C_{\#}$ nella fase 1

carica è integrale delle
corrente quindi ha verso
concorde alla I

$$\Delta Q_c = C(V_{cf} - V_{cin})$$

riduzione fase 1

sfrutto hp di certo circuito virtuale generalizzato con $\beta A \gg 1$



$$\longrightarrow V_K = -V_u \text{ rumore amplificato}$$

indichiamo rumore come offset, non del tutto rigoroso visto che è solo una componente. Ma il circuito così montato è utile per effettuare l'azzeramento

distinguo V_{io} tra le fasi per una eventuale deriva

$$\begin{aligned} V_K &= -V_{io}^{(1)} \\ V_{C_x} &= -V_{io}^{(1)} - V_R \\ V_{C_R} &= -V_{io}^{(1)} \\ V_{C_2} &= +V_{io}^{(1)} \end{aligned}$$

tensioni tutte note, rientriamo nel primo caso di condensatori, indicati all'inizio lezione

la V_u quindi

$$V_u = V_K = -V_{io}^{(1)}$$

contiene solo offset, posso regolare parametri amplificatore

fase intermedia "introduce" rumore di campionamento su $C_{\#}$

$$V_{C_x}^{(i)} = - \underbrace{V_{io}^{(1)}}_{\text{valore precedente campionato in fase 1}} - V_R + V_{\epsilon_x}$$

valore precedente
campionato in fase 1

componente coseno del rumore di campionamento

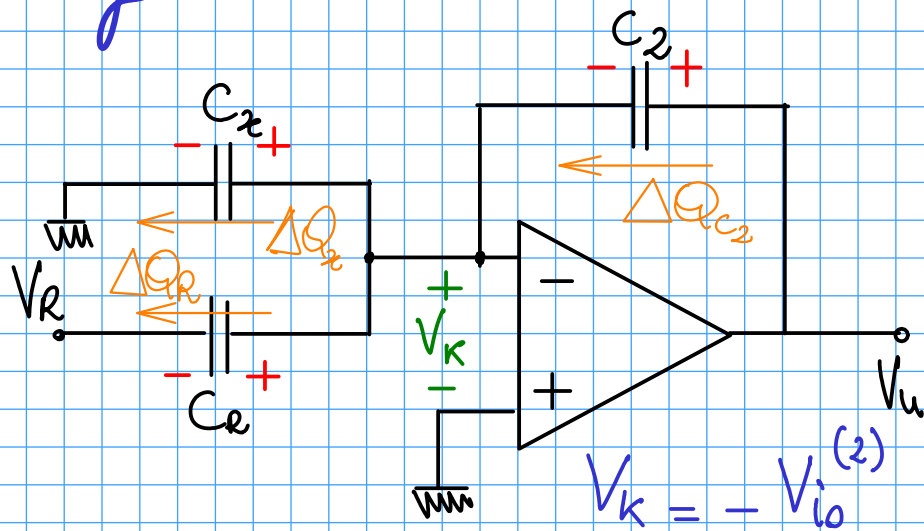
osservazione: anche se V_{io} subisce deviazioni per temperatura, aging, ... sulla capacità resta valore campionato

$$V_{C_R}^{(i)} = - V_{io}^{(1)} + V_{\epsilon_R}$$

$$V_{C_2}^{(i)} = + V_{io}^{(1)} + V_{\epsilon_2}$$

valori quadratici medi: $\langle V_{\epsilon_x}^2 \rangle$, $\langle V_{\epsilon_R}^2 \rangle$, $\langle V_{\epsilon_2}^2 \rangle$
sono diversi perché legati a
diversi valori di capacità!

fase 2



$$\begin{aligned} V_{C_x}^{(2)} &= -V_{io}^{(2)} \\ V_{C_R}^{(2)} &= -V_{io}^{(2)} - V_R \\ V_{C_2}^{(2)} &= V_u - V_K \end{aligned}$$

anche in questo caso su C_x e C_R conosco tensioni

da fase 1 a fase 2 condensatori memorizzano tensione in fase intermedia

Ip ccv valido \rightarrow { variazione potenziale su C_x e C_R provoca scorrimento cariche altrove C_2

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_{C_2} &= \Delta Q_{C_x} + \Delta Q_{C_R} \\ \text{con } V_f &= V_{iniz.} + \frac{\Delta Q}{C} \end{aligned} \right\} \rightarrow V_{C_2}^{(2)} = V_{C_2}^{(1)} + \frac{\Delta Q_{C_2}}{C_2}$$

quindi l'uscita $V_u^{(2)} = V_K + V_{C_2}^{(2)} = -V_{io}^{(2)} + \underline{V_{C_2}^{(2)}}$

esplicito $V_{C_2}^{(2)}$ nelle sue componenti

$$V_{c_2}^{(2)} = V_{c_2}^{(i)} + \frac{\Delta Q_{C_x}}{C_2} + \frac{\Delta Q_{C_R}}{C_2}$$

variazione tra fase intermedia e fase 2

$$\Delta Q_{C_x} = C_x (V_{C_x}^{(2)} - V_{C_x}^{(i)}) = C_x (-V_{io}^{(2)} + V_{io}^{(1)} + V_R - V_{E_x})$$

$$\Delta Q_{C_R} = C_R (V_{C_R}^{(2)} - V_{C_R}^{(i)}) = C_R (-V_{io}^{(2)} - V_R + V_{io}^{(1)} - V_{E_R})$$

unisco sotto ΔQ_{C_2} e separo parte "buona" e "cattiva"

$$\Delta Q_{C_2} = (C_x - C_R) V_R + (C_x + C_R) (V_{io}^{(1)} - V_{io}^{(2)}) - (V_{E_x} C_x + V_{E_R} C_R)$$

e finalmente V_u

$$V_u = -V_{io}^{(2)} + V_{c_2}^{(2)} = -V_{io}^{(2)} + V_{io}^{(1)} + V_{E_{c_2}} + \frac{\Delta Q_{C_2}}{C_2}$$

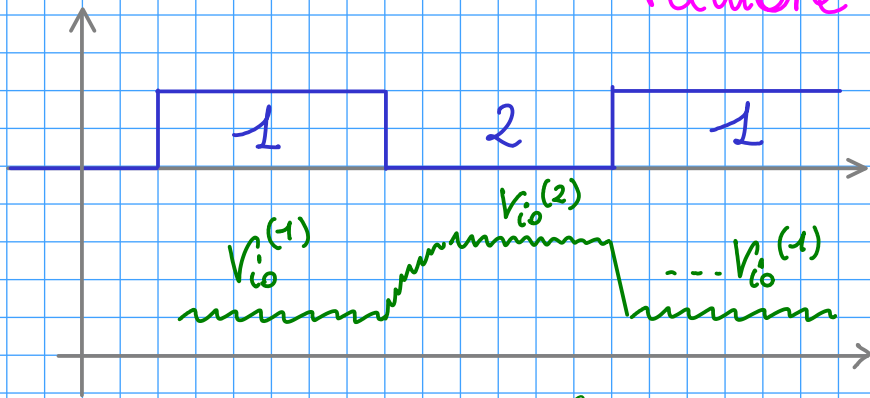
$$V_u = -V_{io}^{(2)} + V_{io}^{(1)} + V_{E_{c_2}} + \frac{C_x - C_R}{C_2} V_R + \frac{C_x + C_R}{C_2} (V_{io}^{(1)} - V_{io}^{(2)}) - \frac{V_{E_x} C_x + V_{E_R} C_R}{C_2}$$

riiscrivo

$$V_u = \frac{C_x - C_R}{C_2} V_R + \left(1 + \frac{C_x + C_R}{C_2}\right) (V_{io}^{(1)} - V_{io}^{(2)}) + V_{E_{c_2}} - \frac{V_{E_x} C_x}{C_2} - \frac{V_{E_R} C_R}{C_2}$$

audì 220 componenti

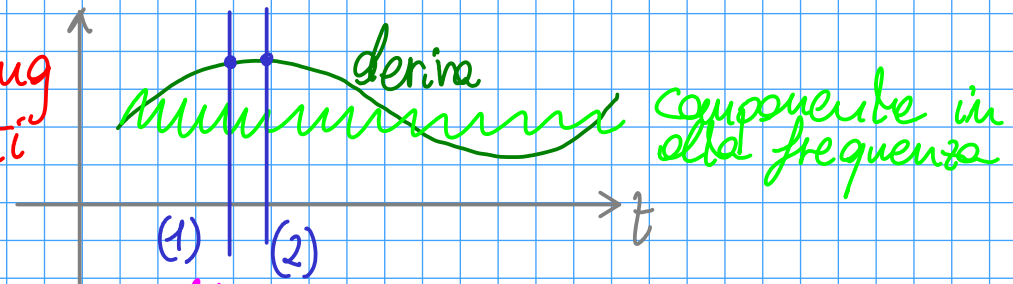
$$V_u = \frac{C_x - C_R}{C_2} V_R + \underbrace{\left(1 + \frac{C_x + C_R}{C_2}\right) (V_{i_o}^{(1)} - V_{i_o}^{(2)})}_{\text{rumore / offset}} + \underbrace{V_{E_{C_2}} - \frac{V_{E_x} C_x}{C_2} - \frac{V_{E_R} C_R}{C_2}}_{\text{rumore } KT/C}$$



se l'istante di campionamento 1 e l'istante 2 sono **ravvicinati**, campiono due volte il rumore \rightarrow posso pensare che alcune componenti a bassa frequenza siano correlate, quindi scompaiono nella differenza

in V_{i_o} sono espresse le varie componenti di rumore, come sovrapposizione di spettri a frequenza diversa

posso pensare quindi che se i due istanti di clock sono ravvicinati, le componenti di offset e deriva campionate in (1) e (2) siano correlate



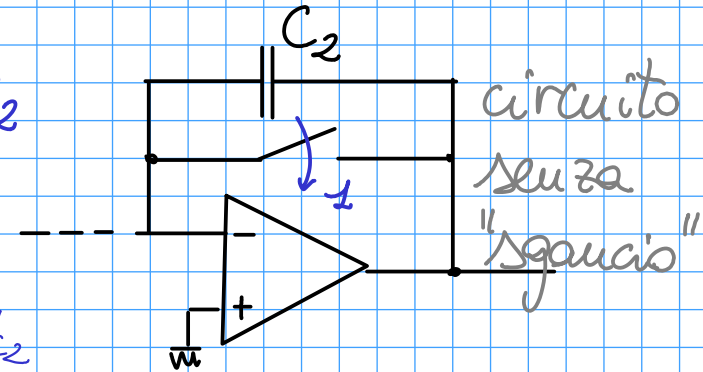
tecnica del doppio campionamento è definita **CDS correlated double sampling** e ha l'obiettivo di eliminare i contributi a bassa frequenza in due campioni ravvicinati

doppio campione rumore e differenza

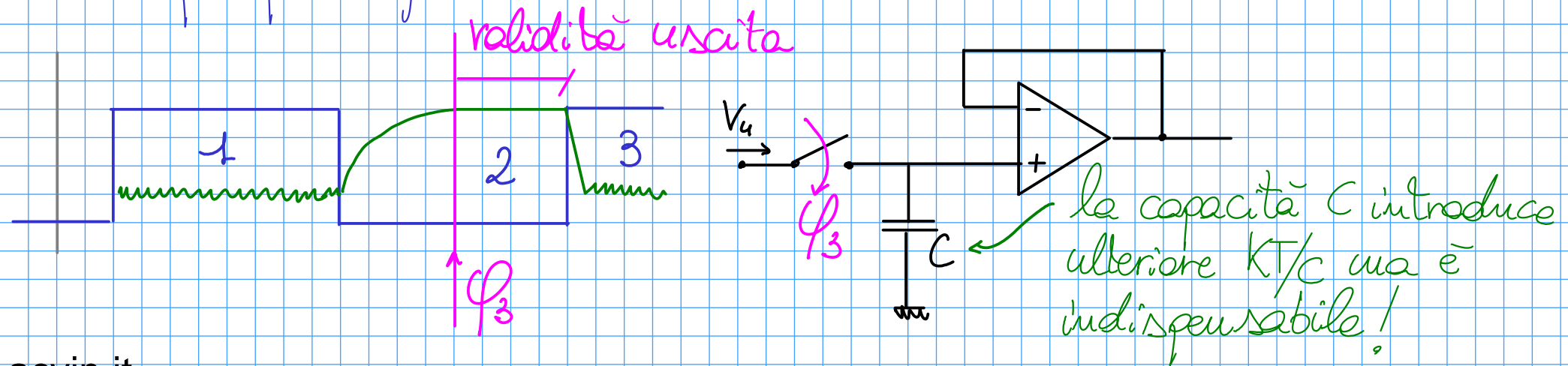
osservazioni

→ durante le due fasi, i condensatori C_2 e C_1 mantengono fisso il terminale verso l'amplificatore in modo da poter eliminare l'offset

→ se non si utilizzasse lo "sgancio" di C_2 nelle fasi di reset (1) verrebbe imposta $V_{C_2}^{(1)} = \phi$; ciò rende impossibile eseguire la CDS e sull'uscita avremmo $V_u = V_K + V_{C_2} = -V_{io}^{(2)} + V_{C_2}$ senza possibilità di eliminare l'offset

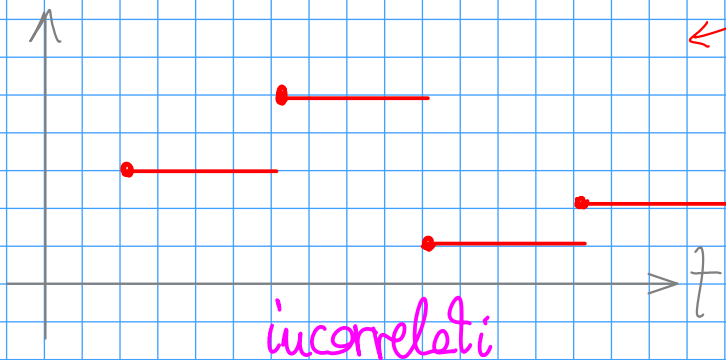


→ validità del segnale di uscita è una frazione del T_{CK_2} è necessario quindi inserire uno stadio a valle di **Sample & Hold** per prolungare la validità dell'uscita



Quanto vale componente KT/C sull'uscita?

$$V_u = \frac{C_x - C_R}{C_2} V_R + \left(1 + \frac{C_x + C_R}{C_2}\right) (V_{i_0}^{(1)} - V_{i_0}^{(2)}) + \boxed{V_{\epsilon_{C_2}} - \frac{V_{\epsilon_x} C_x}{C_2} - \frac{V_{\epsilon_R} C_R}{C_2}}$$



campioni di rumore KT/C dopo Sample & Hold, si ottiene segnale analogico tempo discreto

$$\begin{aligned} \langle V_{n_{OUT}}^2 \rangle &= \langle V_{\epsilon_2}^2 \rangle + \left(\frac{C_x}{C_2}\right)^2 \langle V_{\epsilon_x}^2 \rangle + \left(\frac{C_R}{C_2}\right)^2 \langle V_{\epsilon_R}^2 \rangle = \\ &= \frac{KT}{C_2} + \frac{C_x^2}{C_2^2} \frac{KT}{\cancel{C_x}} + \frac{\cancel{C_R}^2}{C_2^2} \cdot \frac{KT}{\cancel{C_R}} = \frac{KT}{C_2^2} (C_2 + C_x + C_R) \end{aligned}$$

$$\langle V_{n_{OUT}}^2 \rangle = \frac{KT}{C_2^2} (C_2 + C_x + C_R)$$

potenza di rumore dovuta a componente KT/C

Calcolo Dynamic Range calcolo il suo inverso, per semplificare

$$DR^{-1} = \frac{4V_{mRMS}}{V_{uFS}} = \frac{4 \sqrt{\frac{KT}{C_2} (C_2 + C_x + C_R)}}{\frac{\Delta C_{FS} V_R}{C_2}}$$

obiettivo: ridurre DR^{-1}

numero RMS di un condensatore fittizio

$$DR^{-1} = \frac{4 \sqrt{\frac{KT}{\Delta C_{FS}}} \cdot \sqrt{\frac{C_2 + C_x + C_R}{\Delta C_{FS}}}}{V_R}$$

termine fastidioso
aumenta DR^{-1}

vorrei una V_R
maggiore possibile

C_2 può essere piccolo, trascurabile
si ritrova fallere $\frac{KT}{\Delta C_{FS}}$ già trovato!

Richiesta su V_R porta al problema della sua stabilizzazione

Idea: per massimizzare DR aumento V_R , ma come lo stabilizzo? 14.011

esempio di un sensore capacitivo
 range P 0 ÷ 1 atm con $C_x \rightarrow \begin{cases} 0 \text{ Pa} & 80 \text{ fF} \\ 100 \text{ kPa} & 120 \text{ fF} \end{cases}$ $\Delta C_{FS} = 40 \text{ fF}$
 $C_R = 80 \text{ fF}$

cerco di minimizzare DR impostando V_R a valore massimo $V_R = V_{DD}$

$$DR^{-1} = \sqrt[4]{\frac{KT}{\Delta C_{FS}}} \cdot \sqrt{\frac{C_2 + C_x + C_R}{\Delta C_{FS}}}$$

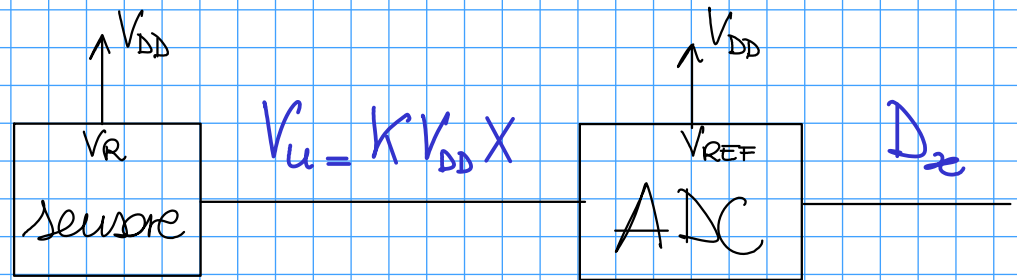
V_R

$$V_u = \frac{C_x - C_R}{C_2} \cdot V_R + \text{rumore}$$

variazioni delle V_{DD} sono riportate direttamente sull'uscita! V_{DD} è anche alimentazione del circuito regolato, ma non stabilizzato!

Soluzione: tecnica raziometrica

utilizzo la V_R collegata a V_{DD} sia per il circuito switched cap sia per l'ADC a valle



variazioni sulle V_{DD} non hanno effetto se $V_{REF} = V_R$

$$D_x = \frac{V_{conv}}{V_{REF}} 2^N = \frac{K \cancel{V_{DD}} X}{\cancel{V_{DD}}} = K X 2^N$$

non è necessario stabilizzare con precisione la V_{DD}

concludendo l'esempio

$C_2 \ll C_x$ ← scelgo C_2 volutamente piccolo nel tentativo di migliorare il DR e quindi la risoluzione
 C_R posso spingere C_2 fino a 10 fF

in media pari a 80 fF

$$DR = \frac{1}{4 \sqrt{\frac{KT}{\Delta X_{FS}} \cdot \sqrt{\frac{C_2 + C_x + C_R}{\Delta X_{FS}}}}} \approx \frac{1}{1290} \rightarrow DR \approx 1290 \rightarrow N = \log_2 DR \approx 10 \text{ bit}$$

320 eV_{rms}

$V_R = 3,3$

risoluzione ADC 10 bit

risoluzione in pressione

$$\Delta X_{FS} = 100 \text{ kPa} \rightarrow \text{risoluzione in } X = \frac{\Delta X_{FS}}{DR} = 80 \text{ Pa}$$

utilizzo DR come numero di livelli in cui è discretizzata l'intera escursione del sensore

se pressione varia di 10 Pa/m → risoluzione in altezza di 8 metri

Differenze tra impedenziometro e switched capacitor

- non ha problema di rumore $\frac{KT}{C}$
- sfrutta analisi in tempo continuo, modulatore e demodulatore se f_0 elevata riporta solo SBB

- rumore complica dimensionamento
- stabilità
- richiede tensioni sinusoidali

realizzabili su chip anche senza induttori (se possibile si evitano)

Soluzioni alternative:

— convertitori $C \rightarrow F$

oscillatore con f uscita legata a capacità (ma uso induttanze)

— oscillatori a rilassamento ad esempio ring oscillator (minor consumo)

- utilizza solo onde quadre
- nessun problema di stabilità e dimensionamento
- facilita realizzazioni

- rumore KT/C
- acquisiti due campioni di rumore
- aliasing (repliche non correlate non si eliminano)