Teorema di compensazione

→ utilizzeremo teorema per calcolare gli effetti sulle rete **dovuti alla variazione di un parametro**

- per reti semplici posso ricalcolare tutte le grandezze della rete senza alcun teorema
- per le reti complesse? Ad esempio il caso della variazione di un punto di riposo in une rete per le variazioni

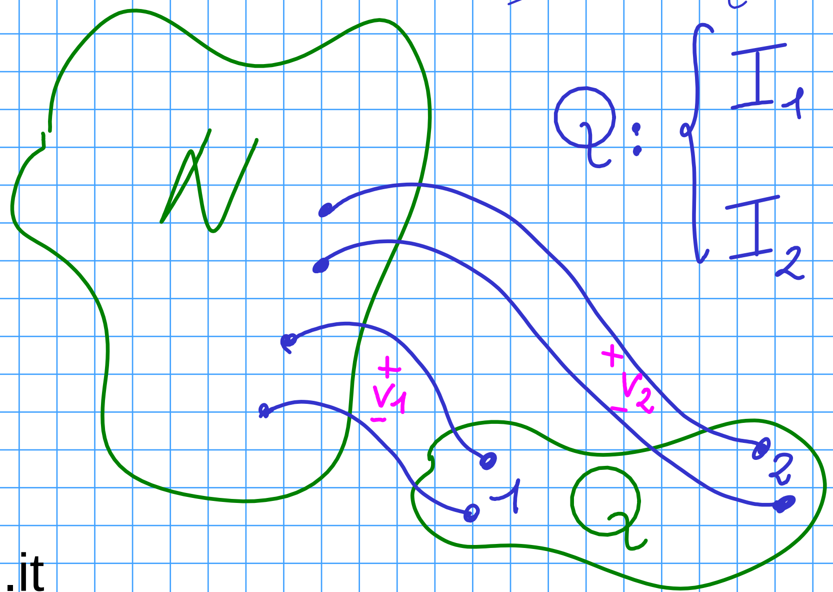
Ricaviamo teorema con analisi in continua (per semplicità)

considero una rete N dalla quale estraggo sottorete Q a 2 porte

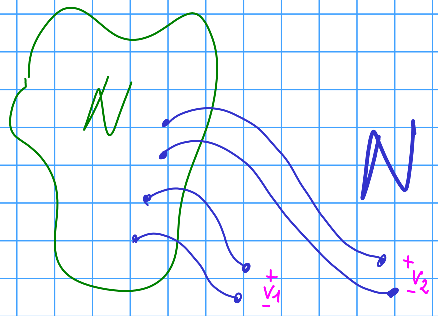
→ rete Q descritta da due equazioni

$$Q: \begin{cases} I_1 = f_1(V_1, V_2, P) \\ I_2 = f_2(V_1, V_2, P) \end{cases}$$

parametro in studio



— separo Q da N ed esprimo anche N con due equazioni



$$N: \begin{cases} I_1 = g_1(V_1, V_2) \\ I_2 = g_2(V_1, V_2) \end{cases}$$

Tutto l'effetto del parametro P è sulla rete Q

Calcolo soluzioni ⟶ con P al suo valore nominale calcolo **soluzione** definita nominale (con $P = P_N$)

Adesso supponiamo variazione del parametro P **Hp piccole variazioni**

⟶ modifica delle tensioni e correnti $\Delta V_1 = v_1$

$P \rightarrow P_N + \Delta P \longrightarrow V_1 \rightarrow V_1 + v_1$

riscrivo equazioni

$$N: \begin{cases} i_1 = \left.\dfrac{\partial g_1}{\partial V_1}\right|_{\text{riposo}} \cdot v_1 + \left.\dfrac{\partial g_1}{\partial V_2}\right|_{\text{riposo}} \cdot v_2 \\ i_2 = \left.\dfrac{\partial g_2}{\partial V_1}\right|_{\text{riposo}} \cdot v_1 + \left.\dfrac{\partial g_2}{\partial V_2}\right|_{\text{riposo}} \cdot v_2 \end{cases}$$

comportamento rete N alle variazioni

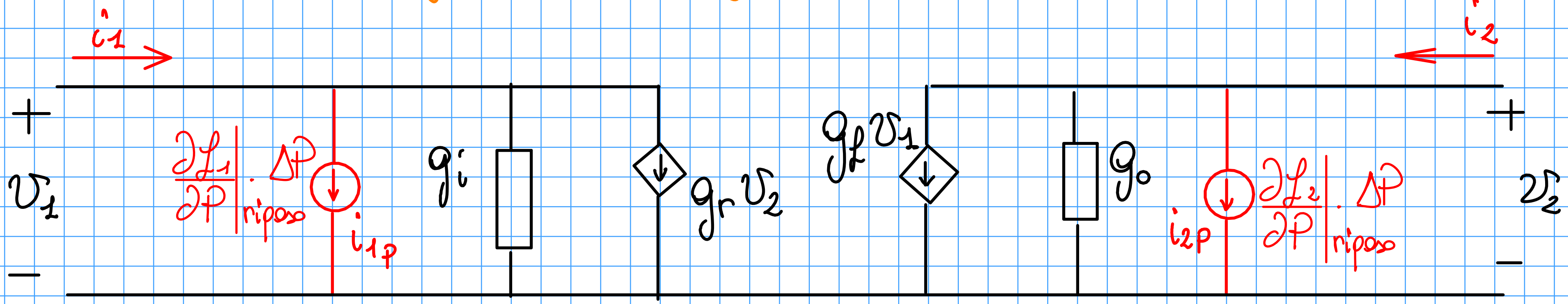
derivate sono calcolabili
⟶ descrizione a parametri Y

acvin.it

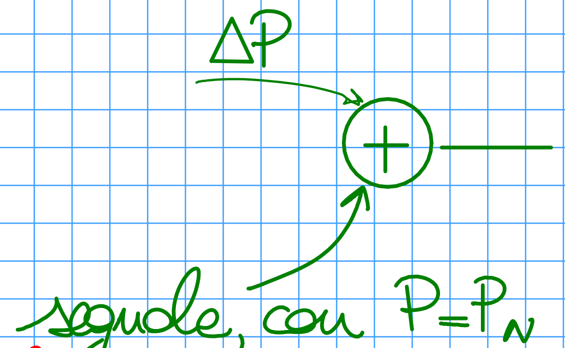
in rete per Q ho termine aggiuntivo legato a parametro

$$Q: \begin{cases} i_1 = \overset{g_i}{\boxed{\left.\dfrac{\partial f_1}{\partial V_1}\right|_{riposo}}} v_1 + \overset{g_R}{\boxed{\left.\dfrac{\partial f_1}{\partial V_2}\right|_{riposo}}} v_2 + \boxed{\left.\dfrac{\partial f_1}{\partial P}\right|_{riposo} \Delta P} \\[2ex] i_2 = \underset{g_F}{\boxed{\left.\dfrac{\partial f_2}{\partial V_1}\right|_{riposo}}} v_1 + \underset{g_o}{\boxed{\left.\dfrac{\partial f_2}{\partial V_2}\right|_{riposo}}} v_2 + \boxed{\left.\dfrac{\partial f_2}{\partial P}\right|_{riposo} \Delta P} \end{cases}$$

termini aggiuntivi indipendenti da correnti e tensioni

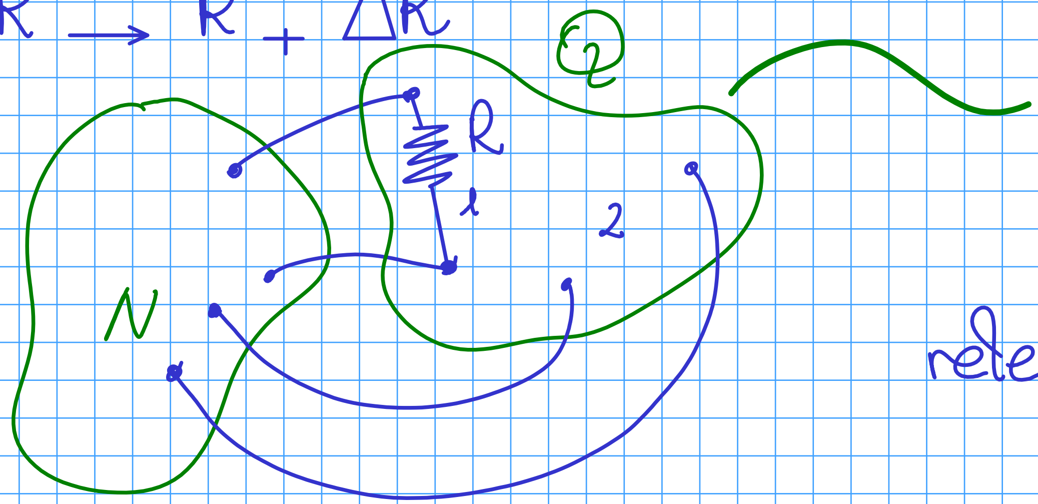


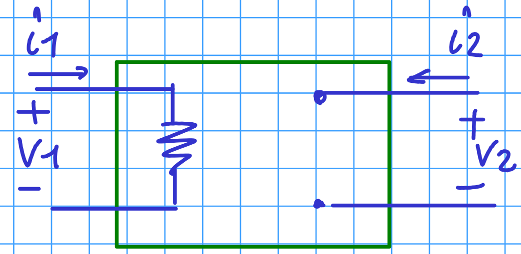
posso studiare variazione di un **qualsiasi** parametro introducendo alla rete due generatori di **corrente indipendenti** e studio con la sovrapposizione degli effetti



variazione di un parametro associato a generatori costanti caso pratico : <u>variazione di una resistenza</u>

$$R \to R + \Delta R$$





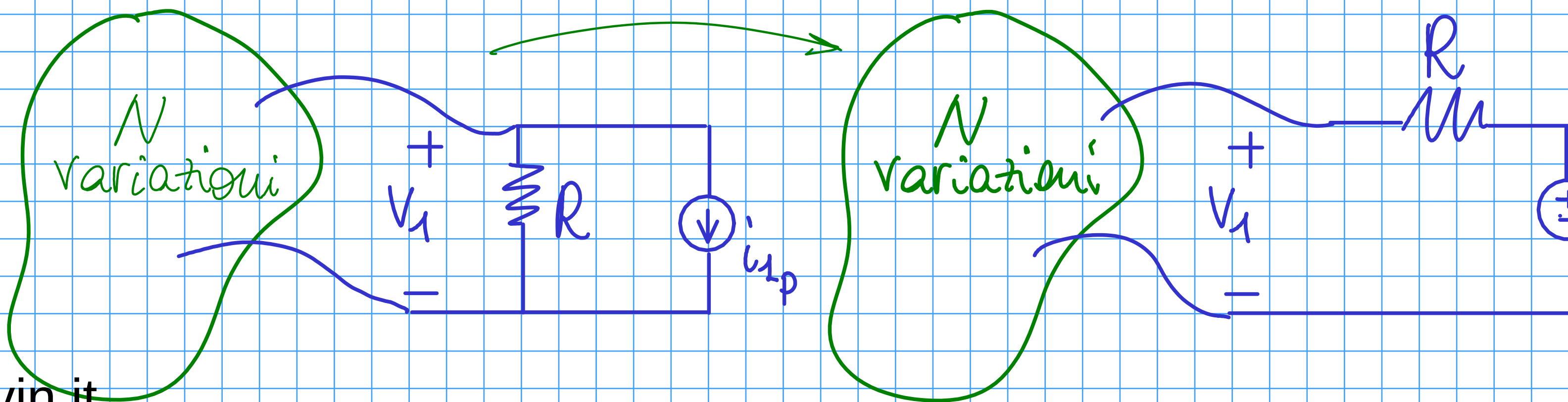
rete Q : $\begin{cases} I_1 = f_1(V_1, V_2, R) = \dfrac{V_1}{R} \\ I_2 = \emptyset \end{cases}$

calcoliamo variazione di f_1 da R $\longrightarrow$ generatore di corrente costante

$$\frac{\partial f_1}{\partial R} = -\frac{V_1}{R^2} \longrightarrow \begin{cases} i_{1p} = -\dfrac{V_1}{R^2} \cdot \Delta R \\ i_{2p} = \emptyset \end{cases}$$

alle variazioni

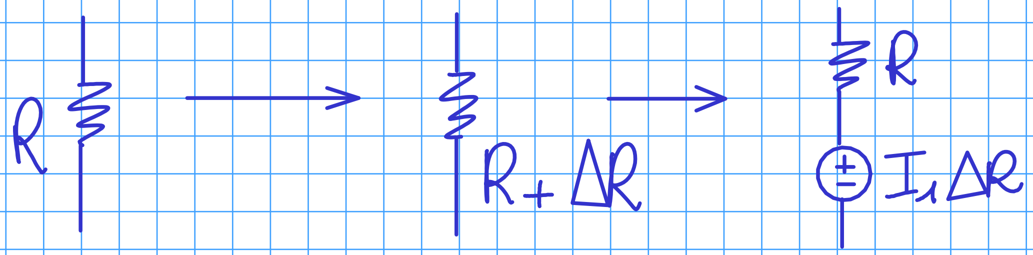
thevenin



$\boxed{\dfrac{V_1}{R}} \Delta R$

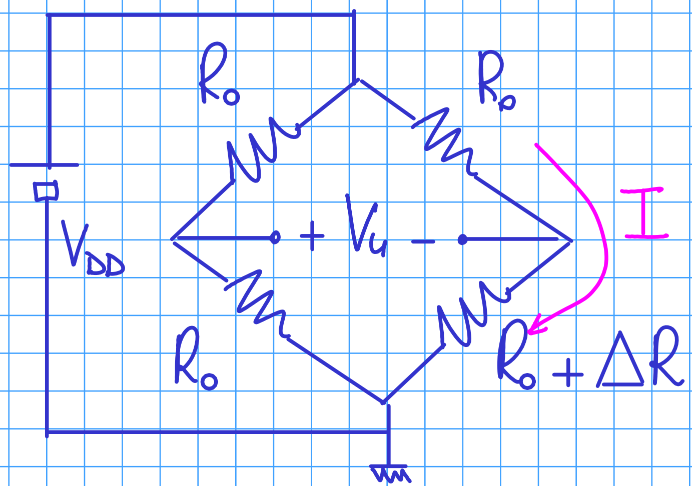
I_1 di riposo

per una resistenza, alle variazioni si ha



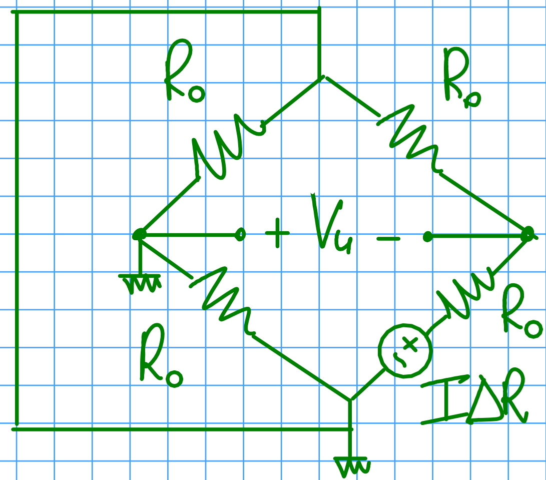
caso pratico

Ponte di Wheatstone



$I = \frac{V_{DD}}{2R_0}$ a riposo

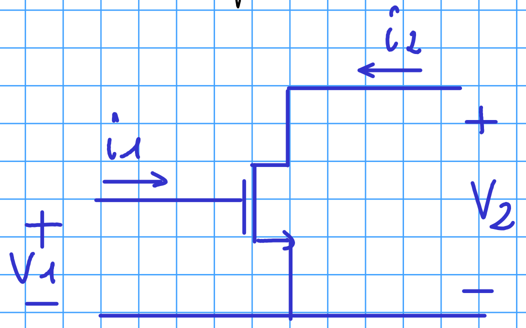
alle variazioni



$$v_u = \frac{1}{2} I \cdot \Delta R$$

$$v_u = \frac{1}{4} V_{DD} \frac{\Delta R}{R_0}$$

caso pratico: <u>mosfet</u>



utilizziamo una versione semplificata delle equazioni

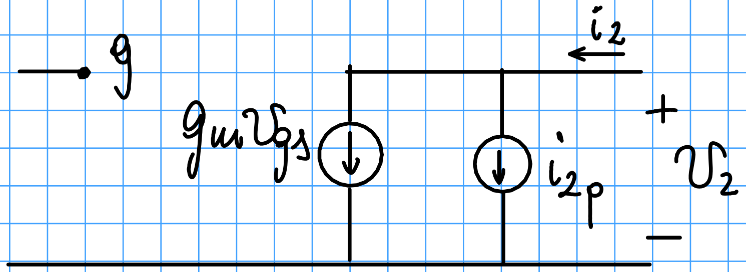
trascuro λ e $V_{BS} = \emptyset$

$$\begin{cases} I_1 = \emptyset \\ I_2 = f_2(V_{GS}, V_{DS}, V_t, \beta) = \dfrac{\beta}{2}(V_{GS} - V_t)^2 \end{cases}$$

variazione dei parametri β e V_t $\longrightarrow$ in teoria 4 gen. di corrente associati ai due parametri

$$\begin{cases} i_{1p} = \emptyset \\ i_{2p} = \dfrac{\partial I_D}{\partial V_t} \Delta V_t + \dfrac{\partial I_D}{\partial \beta} \cdot \Delta \beta = \boxed{-\beta(V_{GS} - V_t)\Delta V_t} + \boxed{\dfrac{(V_{GS} - V_t)^2}{2} \Delta \beta} \end{cases}$$

$$-\frac{2 I_D}{(V_{GS} - V_t)} \Delta V_t \qquad\qquad \frac{\Delta \beta}{\beta} \cdot I_D$$



$$i_{2p} = \Delta I_D = -\frac{2 I_D}{(V_{GS} - V_t)} \Delta V_t + \frac{\Delta \beta}{\beta} \cdot I_D$$

ricavo rapporto $\Delta I_D / I_D$

$$\boxed{\frac{\Delta I_D}{I_D} = -\frac{2}{(V_{GS}-V_t)}\Delta V_t + \frac{\Delta \beta}{\beta}}$$

già trovato a PSM per calcolare errore su specchio, ma in questo caso è una variazione di I_D dovuta ai parametri β e V_t

variazione della I_D del mos al variare di β e V_t

quando faremo analisi di matching su due mosfet cambieremo notazione, rispetto a PSM, indicando con pedici i due mos in studio

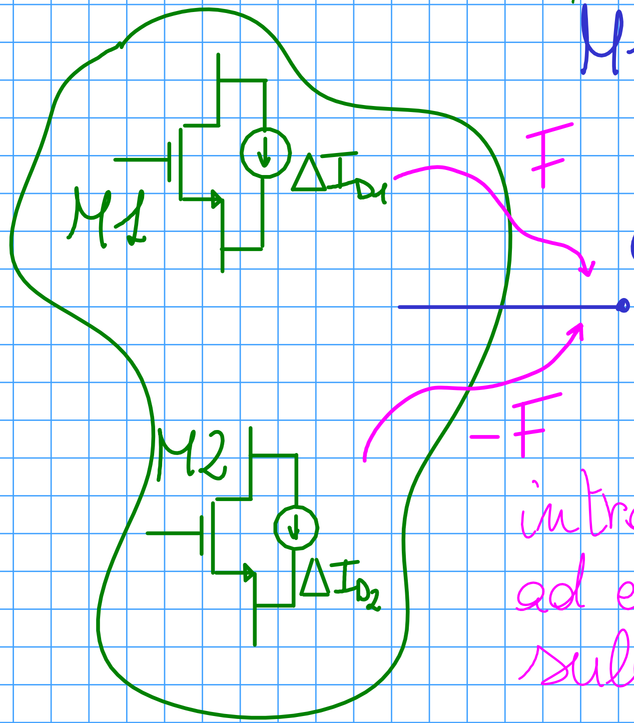
<u>nota</u> ad essere precisi la i_{2p} è la variazione della I_D solo **in caso di cortocircuito sull'uscita**, altrimenti è funzione della rete

caso pratico

Stima dell'errore di matching

prendiamo due dispositivi mos

M1, M2 sono "matched" se:



→ nominalmente identici
→ stessa polarizzazione (V_{DS}, V_{GS}, V_{BS})
→ opposte funzioni di trasferimento delle i_{1p}, i_{2p}, ... verso la grandezza di interesse

introduce concetto di "grandezza di interesse"
ad es. tensione di uscita, corrente di uscita, ...
sulla quale si vuole limitare effetto di un parametro

$$\Delta V_u = F\,\Delta I_{D1} - F\,\Delta I_{D2} = F\,\Delta I_{D1,2}$$

notazione per l'errore di matching

anche nel caso di variazione di temperatura purché la distribuzione sia uniforme → esplicito ΔI_{D1} e ΔI_{D2}

$$i_{2p} = \Delta I_D = \frac{\Delta I_D}{I_D} \cdot I_D = I_D \left(\frac{\Delta \beta}{\beta} - \frac{2 \Delta V_t}{V_{GS} - V_t} \right)$$

sostituisco a ΔV_u ... cioè nominalmente identici

$$\Delta V_u = F\left[I_{D1}\left(\frac{\Delta\beta_1}{\beta_1} - \frac{2\Delta V_t}{V_{GS_1} - V_{t_1}}\right) - I_{D1}\left(\frac{\Delta\beta_1}{\beta_1} - \frac{2\Delta V_{t_2}}{V_{GS_1} - V_{t_1}}\right)\right]$$

$$\Delta V_u = F I_{D1}\left[\frac{\boxed{\Delta\beta_1 - \Delta\beta_2}}{\beta_1} - 2\frac{\boxed{\Delta V_{t_1} - \Delta V_{t_2}}}{V_{GS_1} - V_{t_1}}\right]$$

stessa cosa dei $\Delta\beta_{1,2}$

$\Delta\beta_1 = \beta_{1R} - \beta_{1N}$ reale − nominale

$\Delta\beta_2 = \beta_{2R} - \beta_{2N}$ reale − nominale

$\Delta\beta_1 - \Delta\beta_2$ è un errore di matching

$$\underline{\Delta V_u} = F I_{D1}\left[\frac{\Delta\beta_{1,2}}{\beta} - \frac{2\Delta V_{t_{1,2}}}{V_{GS} - V_t}\right] = F\,\Delta I_{D_{1,2}}$$

[[errore di matching visto come generatore di corrente alle variazioni]]