

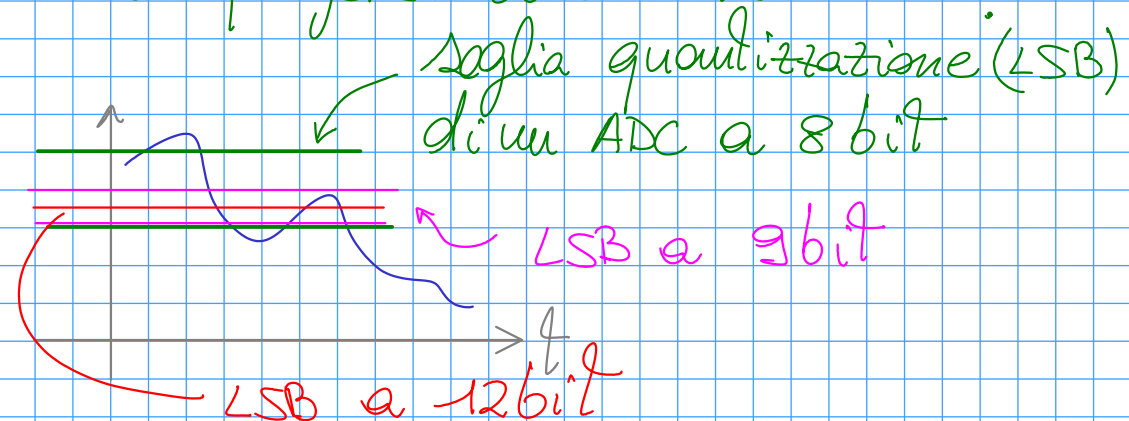
ADC Sigua Della

19D1C

→ sono i più diffusi convertitori ad alta risoluzione, fino a 20 bit disponibili sul mercato

perché le altre tipologie non riescono a spingersi oltre i 12-16 bit?

più si sale di definizione, più il sistema deve essere in grado di distinguere variazioni sempre più limitate del segnale



alla variazione del segnale sono associati gli errori del ADC

rumore termico (SAR resistivo)
errore matching (SAR capacitivo)

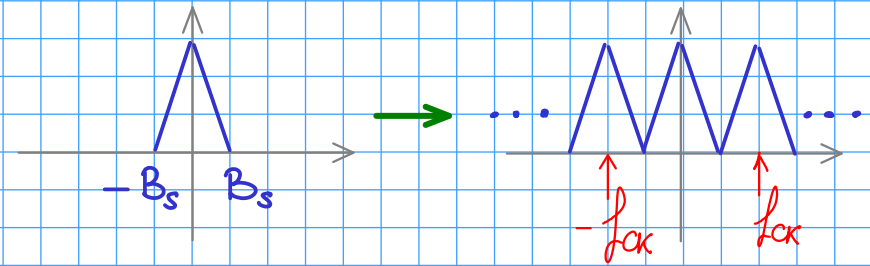
nel caso dei convertitori sigua della si riescono a "spostare" i problemi della parte analogica del circuito (componenti, matching) alla parte di elaborazione digitale, basando il funzionamento su due principi

- oversampling
- noise shaping

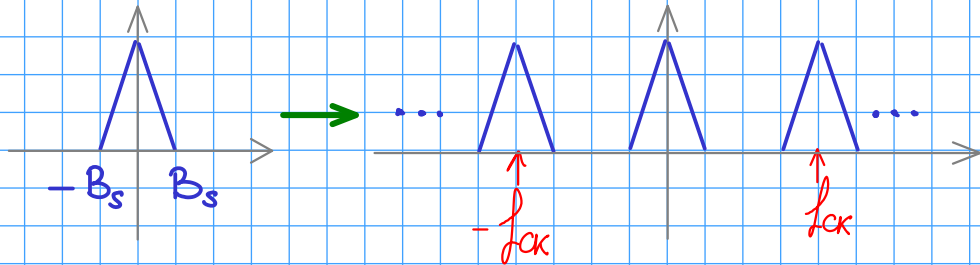
partiamo con la presentazione della tecnica dell'oversampling

definizioni

"un convertitore si definisce **Nyquist Rate** se campiona il segnale di ingresso alla minima frequenza necessaria per evitare effetti di aliasing, ovvero a $f_{ck} = 2B_s$ "



un convertitore con sovracampionamento (**oversampling**) invece campiona il sistema ad una velocità superiore di $2B_s$



si definisce **OSR** OverSamplingRatio, il rapporto tra f_{ck} e la minima f_{ck} possibile, pari a $2B_s$

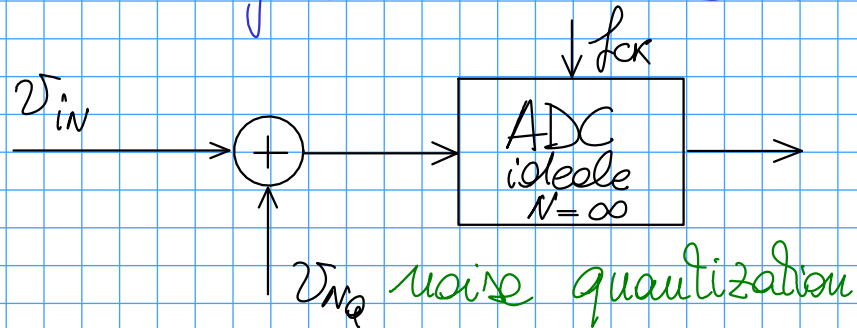
$$OSR = \frac{f_{ck}}{2B_s}$$

l'idea è di "introdurre" il maggior numero di campioni disponibile (rispetto al necessario) in una migliore risoluzione nella misura del segnale \rightarrow maggior numero di bit

per giustificare il funzionamento è necessaria una breve parentesi sul processo di quantizzazione

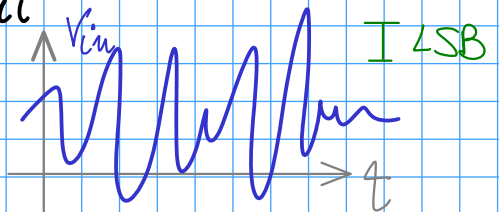
durante il processo di quantizzazione il segnale viene suddiviso in 2^N livelli con N pari al numero di bit

→ nell'operazione si introduce un errore, definito rumore di quantizzazione, modellizzabile tramite un generatore di rumore in ingresso ad un ADC ideale con N infinito



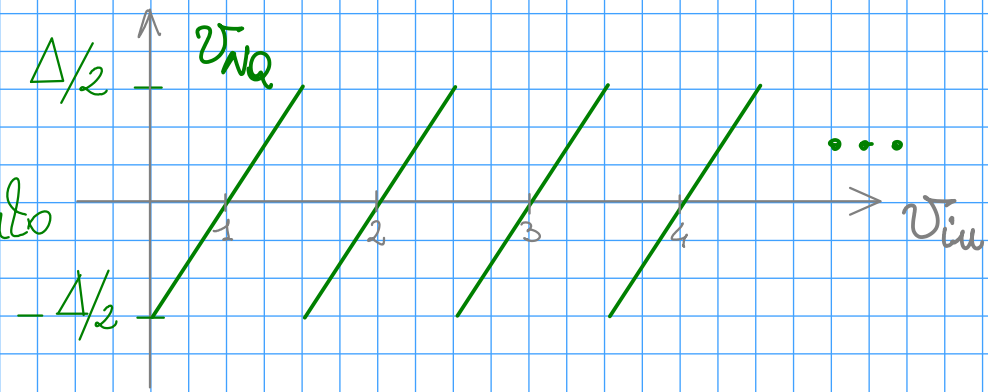
modello non è aderente alla realtà perché la componente V_{NQ} dipende da V_{in} , dal matching, dal tempo

ipotizziamo che il segnale di ingresso abbia oscillazioni casuali con ampiezza superiore a 1 LSB, in modo tale da avere continue fluttuazioni di V_{NQ} su tutta la banda f_c del dominio discreto

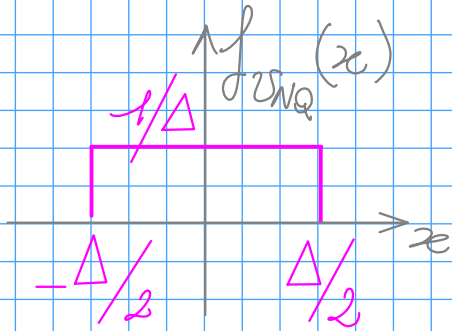


→ con questa H_0 V_{NQ} sarà una variabile casuale uniformemente distribuita nell'intervallo $-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}$ con $\Delta = V_{LSB}$

se si considera V_{NQ} come l'errore commesso per arrotondare il segnale all'LSB più vicino, si trova l'andamento qui a fianco



in termini di probabilità, si considera v_{NQ} uniformemente distribuito sul suo dominio, ovvero $-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}$



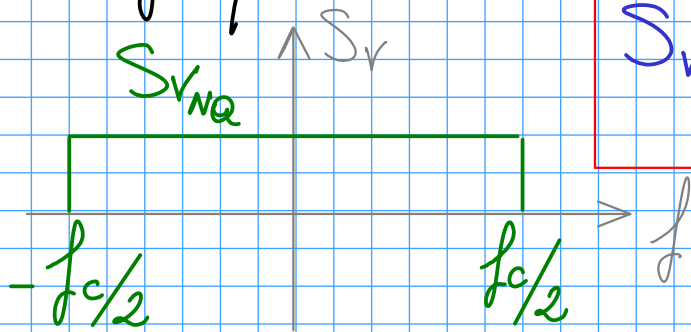
$\mu_{v_{NQ}} = 0$ perché centrato sull'origine

$$\sigma_{v_{NQ}}^2 = \langle v_{NQ}^2 \rangle = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} (x - 0)^2 f_{v_{NQ}}(x) dx = \frac{\Delta^2}{12}$$

questa breve parentesi di segugi decatori ci è servita per estrarre la potenza del rumore di quantizzazione

$P_{v_{NQ}} = \cancel{\mu_{v_{NQ}}^2} + \sigma_{v_{NQ}}^2 = \frac{\Delta^2}{12}$ a sua volta distribuita uniformemente sulla banda f_c di campionamento

in frequenza



$$S_{v_{NQ}} = \frac{\Delta^2}{12} \cdot \frac{1}{f_c}$$

in modo tale da avere

$$P_{v_{NQ}} = \int S_{v_{NQ}} df = \frac{\Delta^2}{12}$$

(da questa espressione è evidente come $S_{v_{NQ}}$ sia inversamente proporzionale alla frequenza di campionamento f_c)

ecco il motivo del sovracampionamento !!!

Quantifichiamo l'effetto dell' oversampling in termini di risoluzione e quindi di Dynamic Range

$$DR = \frac{X_{FS}}{V_{NRMS}} = \frac{V_{REF}}{\frac{\Delta}{\sqrt{12}} \frac{1}{\sqrt{f_c}}} = \sqrt{12} \sqrt{f_c} \frac{V_{REF}}{V_{REF}} \cdot 2^N = \sqrt{12} \sqrt{f_c} 2^N$$

in termini di bit \rightarrow applico $\log_2 \rightarrow$ $DR = N + \frac{1}{2} \log_2 f_c + \frac{1}{2} \log_2 12$

confrontando una soluzione con oversampling con una Nyquist Rate si ottiene

$$DR_{NR} = N + \frac{1}{2} \log_2 2B_s$$

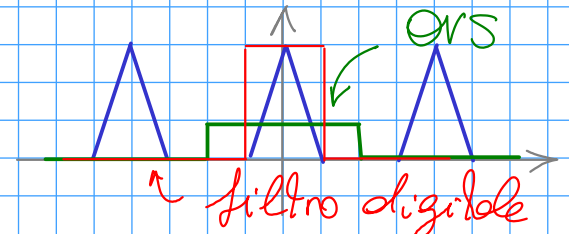
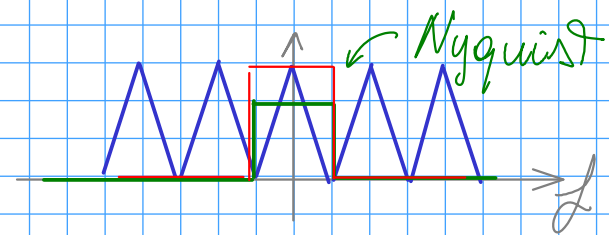
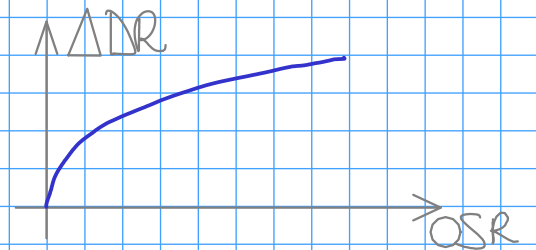
$$DR_{OVS} = N + \frac{1}{2} \log_2 f_c$$

$$DR_{OVS} - DR_{NR} = \frac{1}{2} \log_2 OVR$$

quindi in termini di bit

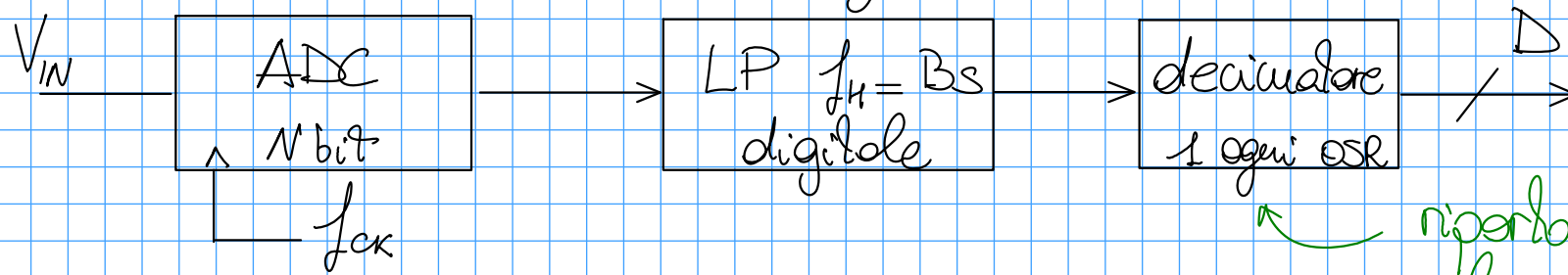
$$N_{OVS} = N_{NR} + \frac{1}{2} \log_2 OVR$$

confrontando le due soluzioni anche dal punto di vista delle DSP si può concludere



potenza V_{Na} costante $\rightarrow f_c S_{OVS} = 2B_s S_{NR} \rightarrow S_{OVS} = \frac{S_{NR}}{OSR}$

in teoria la catena del segnale sarebbe



ripeto stream dati a
valore minimo ($f_c = 2B_s$)

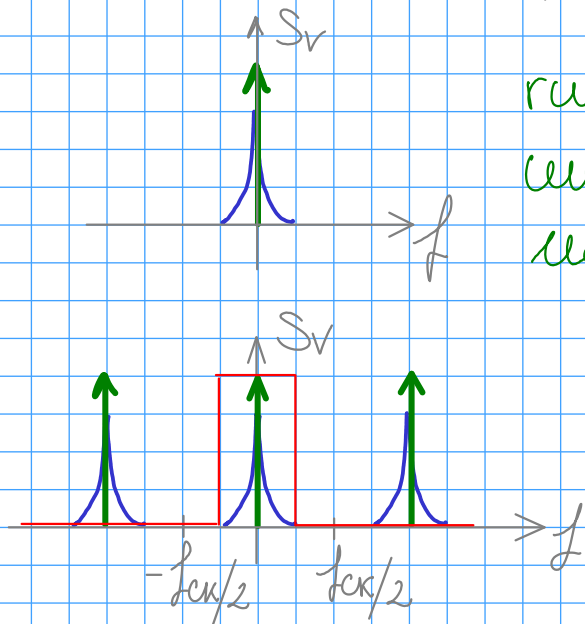
→ riduco il rumore spingendo su OSR
esternamente (da V_{in}) vedo un ADC normale

Problemi:

→ devo quadruplicare frequenza per migliorare di 1 bit
falle se si pensa di passare da 10 bit a 16 bit

→ se segnale è in continua, il rumore di quantizzazione
è costante e il gioco del oversampling non funziona!

rumore V_{nq} non è uniforme sulla banda f_c , ma è
una delta di dirac sull'origine! filtro passa basso
non riesce a separare componenti



risulta evidente che le ipotesi fatte su V_{nq} di
indipendenza da V_{in} non sono valide

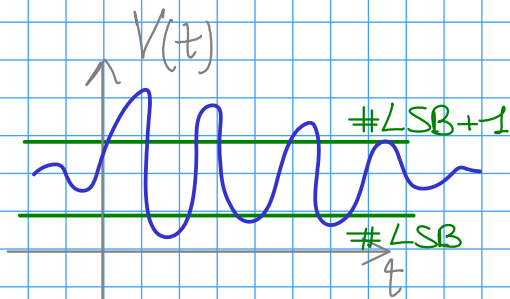
→ V_{nq} dipende da V_{in}
modello non coerente con la realtà!

la soluzione al limite sei segnali in continua
e "stima" una ingegnere:

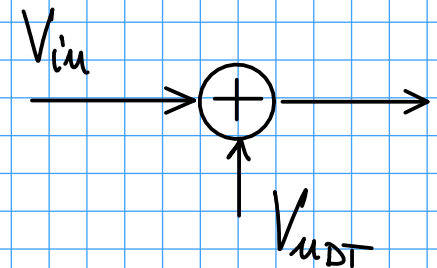
se il segnale è continuo, l'errore di quantizzazione
è costante $\rightarrow S_{vna}$ sarà una delta in $f = 0$

se introduco errore sul segnale, tale da far saltare
continuamente ma in modo casuale i livelli

la tecnica viene definita "dithering"



la vna torna ad essere casuale
e uniformemente distribuita



il rumore introdotto (ad esempio termico) ha frequenza maggiore e ha
ampiezza superiore a Δ , il filtro passa basso poi si occupa della
"pulizia" del segnale di uscita sfruttando l'oversampling

Resta problema della bassa dipendenza della riduzione da OSR

$$N_{OVS} = N_{NR} + \frac{1}{2} \log_2 OSR$$

per passare da 10 bit a 16 bit
 $OSR \approx 4000 \rightarrow$ da 1 kHz a 1 MHz!

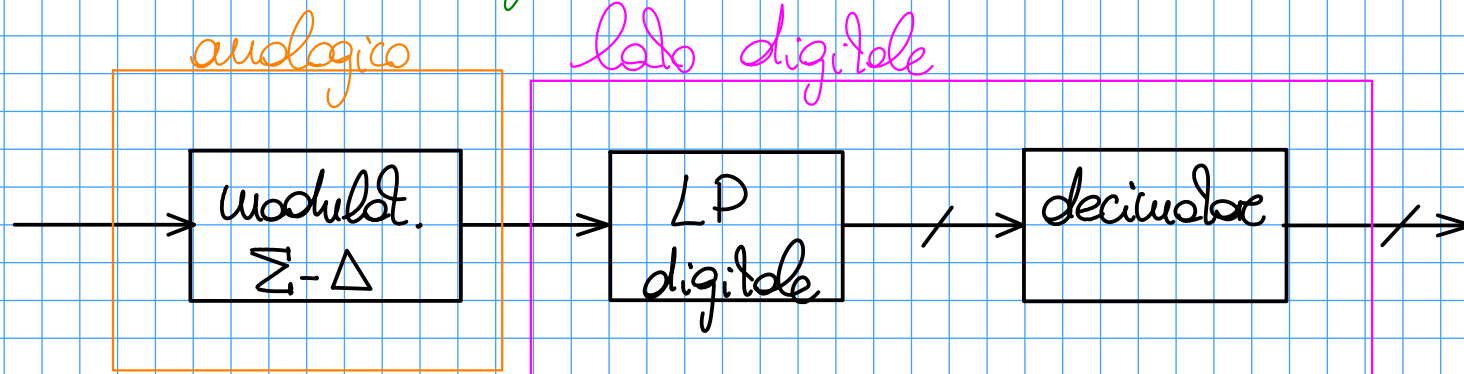
viene utilizzata una tecnica di Noise Shaping

cerco di ridurre peso del rumore spostandolo fuori dal filtro LP

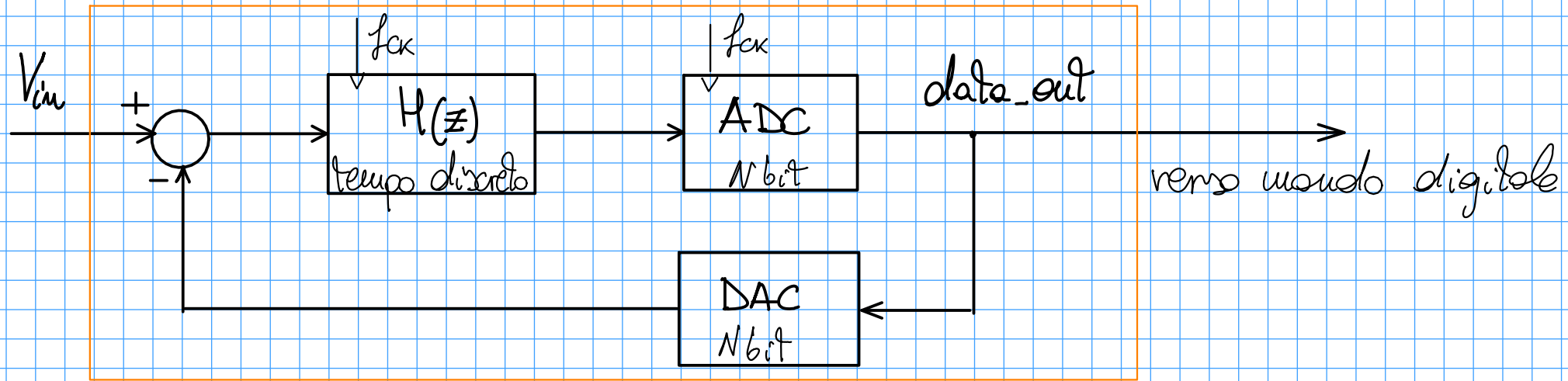
in pratica si cerca di moltiplicare il rumore per una funzione di forma che ne riduce le componenti in banda base e le sposta a frequenze più elevate

→ l'operazione è eseguita dal modulatore $\Sigma-\Delta$, del quale ne vedremo una riduzione progettale del primo ordine tempo discreto

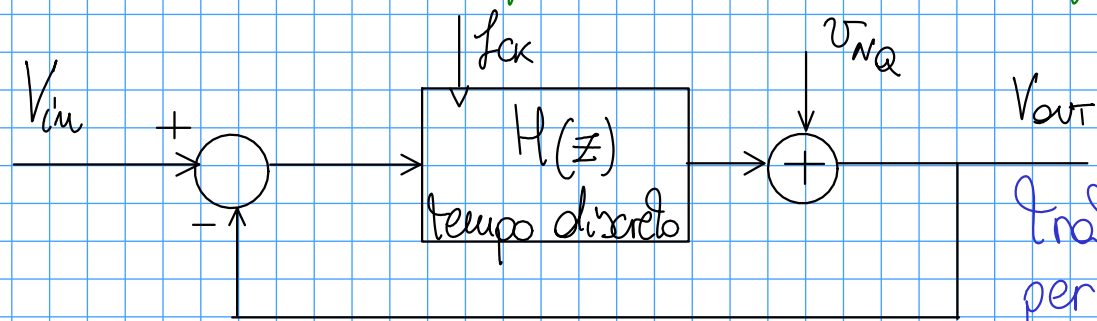
la catena del segnale si trasforma



Come è costruito un modulatore Σ - Δ del primo ordine tempo discreto



se si estrae il rumore di quantizzazione del convertitore ADC il sistema si presta ad una semplificazione concettuale



con ADC e DAC ideali

tratto separatamente rumore e segnale per calcolare la funzione di trasferimento

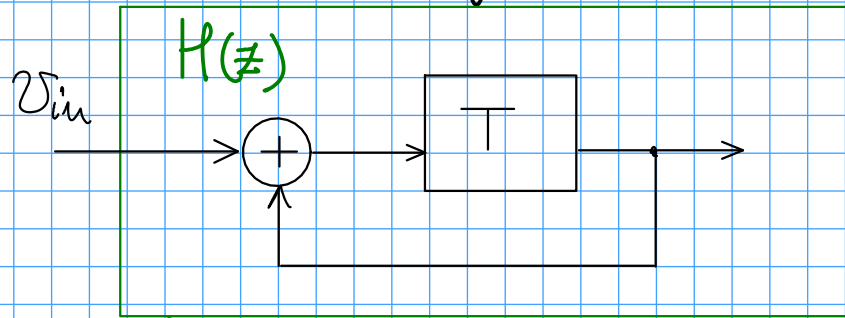
$$\text{Signal Transfer Function} = \text{STF}(z) = \frac{H(z)}{1 + H(z)}$$

$$\text{Noise Transfer Function} = \text{NTF}(z) = \frac{1}{1 + H(z)}$$

vorrei $\text{STF}(z) \approx 1$
mentre $\text{NTF}(z) \approx 0$

come costruisco $H(z)$?

il modo più diffuso per realizzare $STF(z) \simeq 1$ e $NTF(z) \simeq \emptyset$ e con un integratore tempo discreto



$$V_u = (V_{in} + V_u) z^{-1} \rightarrow \frac{V_u}{V_{in}} = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

applico a STF e NTF

$$STF(z) = z^{-1}$$

← segue esce ritardato
per risudizzare l'effetto sul rumore
utilizzo l'aulogia $z = e^{j\omega T}$

$$NTF(z) = 1 - z^{-1}$$

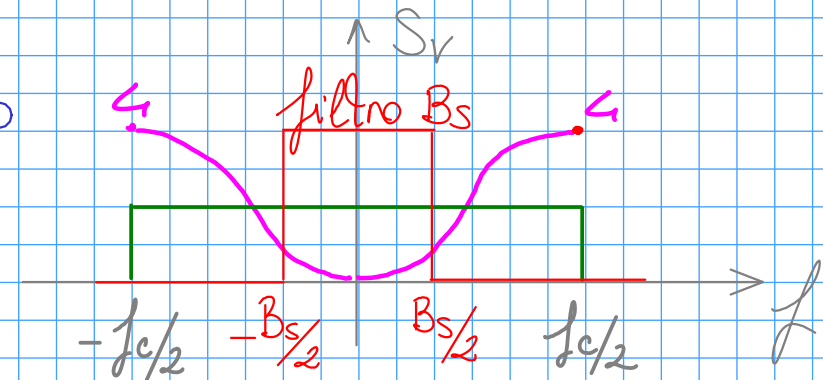
$$NTF(j\omega) = 1 - e^{-j\omega T_c} = e^{-j\omega \frac{T_c}{2}} \left(e^{+j\omega \frac{T_c}{2}} - e^{-j\omega \frac{T_c}{2}} \right) = e^{-j\omega \frac{T_c}{2}} 2j \sin\left(\omega \frac{T_c}{2}\right)$$

funzione di forma del rumore

$$|NTF(j\omega)|^2 = 4 \left| \sin^2\left(\omega \frac{T_c}{2}\right) \right|$$

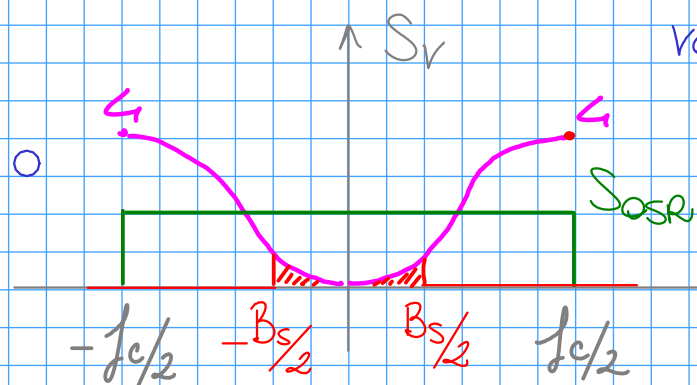
l'effetto del $\sin^2 \omega \frac{T_c}{2}$ abbatte il contributo di rumore in bassa frequenza, all'interno della banda B_s del filtro

fuori da B_s rumore viene amplificato, ma ha azione il filtro LP



Quantifichiamo effetto del Noise shaping

valuto il residuo di rumore all'uscita di $H(z)$



sviluppo sinx con Taylor $\sin x \approx x$

$$\left| NTF(j\omega) \right|^2 \underset{\omega \rightarrow 0}{\approx} \cancel{4} \cdot \omega^2 \frac{T_c^2}{\cancel{4}} = 4\pi \frac{f^2}{f_c^2}$$

la potenza di rumore residuo nella banda del filtro B_s

$$\begin{aligned} P_{V_{\Sigma\Delta}} &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{V_{\Sigma\Delta}} df = \int_{-B_s}^{B_s} S_{OSR} |H(z)|^2 df = \int_{-B_s}^{B_s} \frac{S_{NR}}{OSR} \cdot 4\pi \frac{f^2}{f_c^2} df = \\ &= \frac{S_{NR}}{OSR} \cdot 4\pi \frac{1}{f_c^2} \cdot \left[\frac{f^3}{3} \right]_{-B_s}^{B_s} = \frac{S_{NR}}{OSR} \cdot 4\pi \frac{1}{f_c^2} \cdot \frac{2}{3} B_s^3 = \end{aligned}$$

$$OSR = \frac{f_c}{2B_s} \rightarrow P_{V_{\Sigma\Delta}} = \langle v_{\Sigma\Delta}^2 \rangle = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{OSR^3} \cdot \langle v_{NR}^2 \rangle \quad \xrightarrow{2B_s \cdot S_{NR}}$$

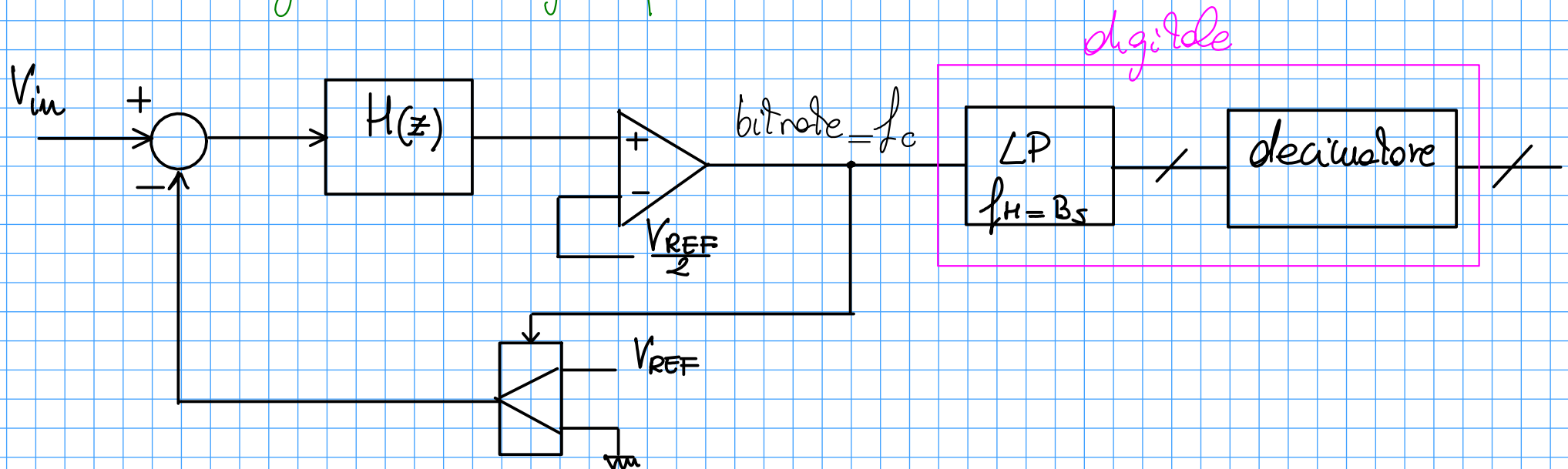
Dynamic Range

$$N_{\Sigma\Delta} = N_{NR} - \cancel{\frac{\log \sqrt{3}}{2\pi}} + \boxed{\frac{3}{2}} \log_2 OSR$$

miglioramento di un fattore 3

Implementazione più diffusa del modulatore $\Sigma-\Delta$ a 1 bit

l'ADC e il DAC a 1 bit diventano rispettivamente un comparatore e un multiplexer e il filtro $H(z)$ può essere realizzato in tecnologia switching capacitor



uscita modulata in PWM

→ semplice costruttivo

→ può avere di risoluzione quanto più in alto si può portare la f_{CK} , anche a 24 bit

$$N_{\Sigma\Delta} \approx N_{NR} + \frac{3}{2} \log_2 OSR$$