Rumore sulla misura

il rumore v_n influisce su:

→ Dynamic Range: limitando numero bit del conv. AD

→ Risoluzione: ad esempio: per il rilevamento di un gas tossico non ci interessa valore, ma solo superamento di una soglia → specifica su soglia

è importante quindi valutare le componenti di rumore riportate in ingresso al sistema

$$v_{n_{RMS}}^2 = \langle v_n^2 \rangle = \int_{f_1}^{f_2} S_{v_n}(f)\,df$$

vero perché rumore si considera a media nulla (si esclude offset)

$$\alpha_n^2 + \eta_n^2 = P_n$$

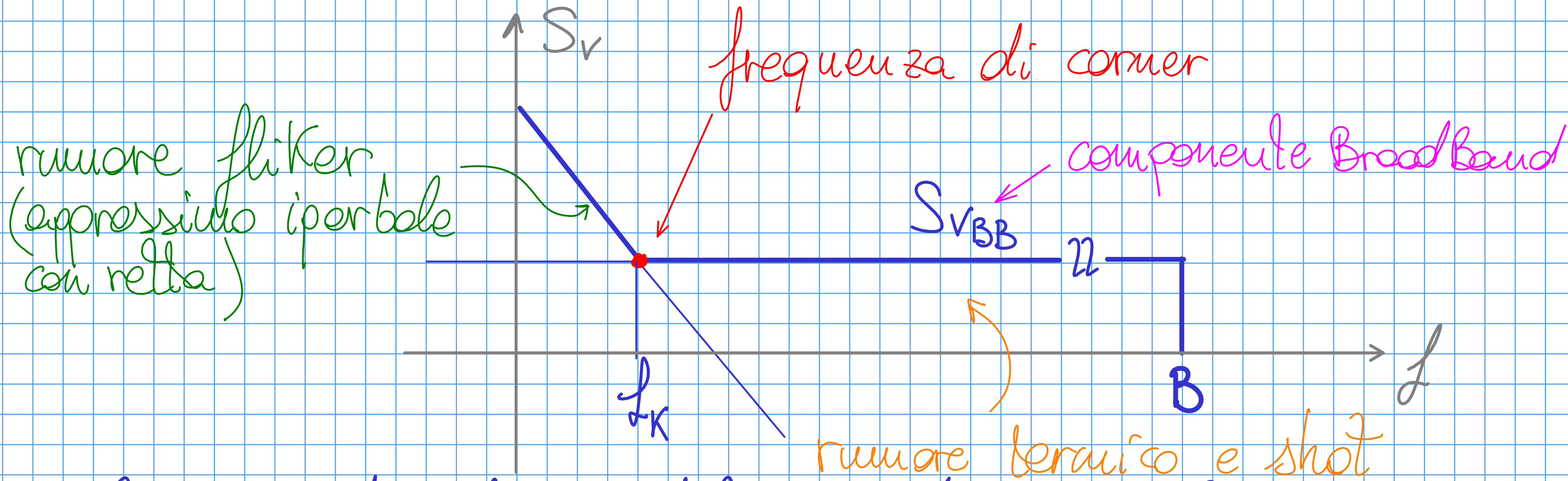
trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione

densità spettrale di potenza

si misura in V^2/Hz o A^2/Hz

oppure $\sqrt{S_{v_n}}$ in $V/\sqrt{Hz}$ o $A/\sqrt{Hz}$

Componenti di rumore in S_{v_n}



in termini di valor quadratico medio (RMS), troviamo:

$$\langle v_n^2 \rangle = \langle v_{n_f}^2 \rangle + \langle v_{n_{BB}}^2 \rangle$$

si sommano perché incorrelate (altrimenti ho termine incrociato)

solo fliker

$S_{BB}(f_1 - f_2)$ area del rettangolo

ottengo $v_{n_{BB\,RMS}} = \sqrt{S_{v_{BB}}} \cdot \sqrt{B_S}$

$S_{v_F} = \dfrac{K_F}{f}$ misuro K_F imponendo $f = 1$

in generale $\langle v_{n_F}^2 \rangle = \displaystyle\int_{f_1}^{f_2} \frac{K_F}{f} = K_F \ln \frac{f_2}{f_1} = \log_{10} e \cdot K_F \log_{10} \boxed{\frac{f_2}{f_1}}$

decadi

Offset come spettro di rumore

→ rumore totale è la sovrapposizione di offset e rumore "vero"

$v_n = v_n' + v_{io}$

media non nulla nel tempo ma nulla la media calcolata sulle realizzazioni $\langle v_{io} \rangle = \emptyset$

$v_{io}(t), v_{io}(t-\tau), \ldots$

variabile nel tempo ma con media nulla

→ ci interessa il valore quadratico medio

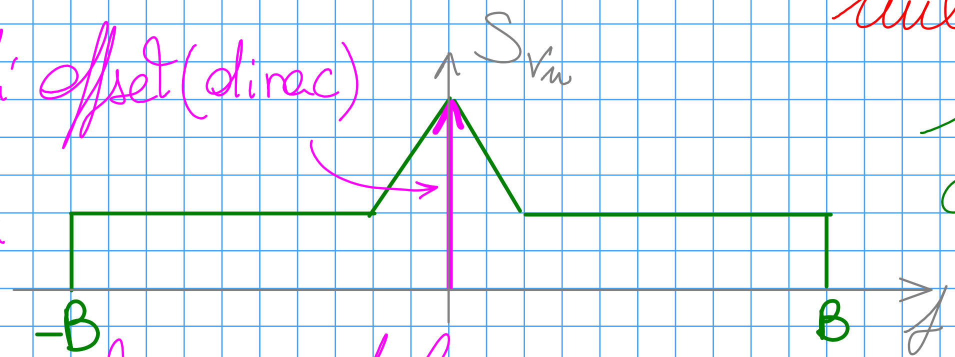
proprietà del valor medio

$$\langle v_n^2 \rangle = \langle v_n'^2 + v_{io}^2 + 2 v_n' v_{io} \rangle = v'^2_{n_{RMS}} + \sigma^2_{v_{io}} + \cancel{\langle 2 v_n' v_{io} \rangle}$$

per l'indipendenza posso separare prodotto, risulta nullo perché $\langle v_{io} \rangle = \emptyset$

su molte realizzazioni:

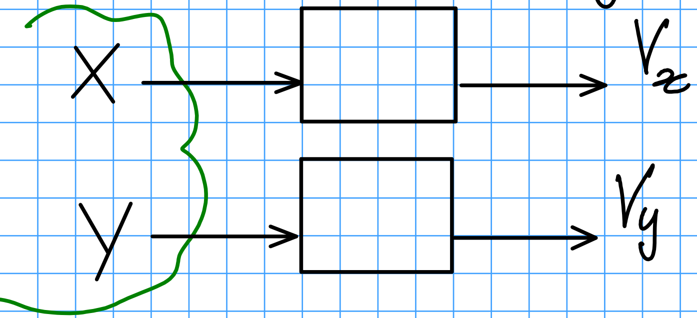
$$\langle v_n^2 \rangle = v'^2_{n_{RMS}} + \sigma^2_{v_{io}}$$



se banda del sistema comprende la continua devo tener conto dell'offset

deriva con la temperatura modifica ampiezza

Errore sulle grandezze derivate $\longrightarrow$ esempio con sensori angolari



da due misure su x e y ricavo dati su coordinata z

considerando offset e rumore

$$x_n = \frac{v_{nx}}{S_x} \qquad y_n = \frac{v_{ny}}{S_y}$$

quanto vale la sensibilità su z?

$Z = Z(X, Y)$ funzione di X, Y; da misura X, Y ricavo Z_M

$Z_M = Z(X_M, Y_M) = Z(X + x_n, Y + y_n)$ quanto vale z_n?

$$z_n = Z_M - Z = Z(X + x_n, Y + y_n) - Z(X, Y) \cong \frac{\partial Z}{\partial X} x_n + \frac{\partial Z}{\partial Y} y_n$$

$\longrightarrow$ calcolo varianza di z_n

$$\boxed{\sigma^2_{z_n} = \langle (Z_n - \eta_{Z_n})^2 \rangle = \langle z_n^2 \rangle = \left|\frac{\partial Z}{\partial X}\right|^2 \sigma^2_{x_n} + \left|\frac{\partial Z}{\partial Y}\right|^2 \sigma^2_{y_n}}$$

con Hp x_n e y_n incorrelati

misura di una seconda variabile può aiutare a migliorare misura z

esempio: sensore angolare, X e Y sono componenti di un vettore

$$Z = \Theta = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$$ quanto vale l'errore su Θ?

$$\frac{\partial}{\partial h}\operatorname{atan} h = \frac{1}{1+h^2}$$

applico trattazione vista poco fa

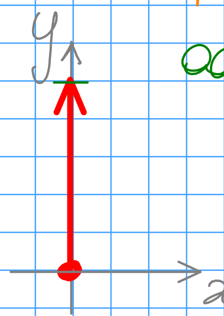
$$\sigma_{\Theta_u}^2 = \left|-\frac{Y}{X^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{Y}{X}\right)^2}\right|^2 \sigma_{x_u}^2 + \left|\frac{1}{X}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{Y}{X}\right)^2}\right|^2 \sigma_{y_u}^2 =$$

$$\sigma_{\Theta_u}^2 = \left|\frac{Y}{\boxed{X^2+Y^2}}\right|^2 \sigma_{x_u}^2 + \left|\frac{X}{\boxed{X^2+Y^2}}\right|^2 \sigma_{y_u}^2$$

→ rumore **non uniforme** sui due canali

→ componente più piccola provoca errore maggiore

modulo vettore costante (se è costante il campo magnetico)



ad esempio: vettore completamente su y

→ $Y = X^2 + Y^2$ ⇝ contributo $\sigma_{x_u}^2$

→ $X \to \emptyset$ ⇝ nullo contributo $\sigma_{y_u}^2$

intuitivamente:
se vettore lungo y
una variazione su
y modifica solo ampiezza
mentre variazione su
x modifica angolo

sensore a 360°

Hp canali di lettura identici

$$\sigma_n^2 = \sigma_{y_n}^2 = \sigma_{x_n}^2 \longrightarrow \sigma_{\theta_n}^2 = \frac{\sigma_n^2}{X^2+Y^2} \longrightarrow \boxed{\sigma_{\theta_n} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{X^2+Y^2}}}$$

in pratica il rumore sull'angolo è ridotto del modulo vettore

errore relativo di una componente rispetto a modulo

porto avanti la catena

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r] & \boxed{} \arrow[r] & V_x \\ Y \arrow[r] & \boxed{} \arrow[r] & V_y \end{tikzcd}$$

$$V_x = K_x X = KX \longrightarrow x_n = \frac{v_{x_n}}{S_x} \quad \text{con } S_x = S_y = S$$

$$V_y = K_y Y = KY \longrightarrow y_n = \frac{v_{y_n}}{S_y}$$

riscrivo $\longrightarrow$ $$\boxed{\sigma_{\theta_n} = \frac{K\sigma_n}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}}$$

modulo delle tensioni come se fossero grandezze vettoriali

Stima di σ_{θ_n} allineando sensore verso il massimo del campo